	Escuela	Escuela Profesional de Ingeniería Económica
	Curso	Análisis Económico I
	Código	EA-351-K
	Aula	Posgrado A /MS2
	Actividad	Examen Final (Solucionario)
		Tecnología, Max. del Beneficio, Min. Costos, Curvas de Costos, Oferta
	Profesor	Econ. Guillermo Pereyra
	Fecha	6 de Diciembre del 2010

1. La demanda de mercado de un cierto producto está dada por la función $Q=100-4P$. La oferta del mercado está cubierta por 16 empresas competitivas, todas ellas con la misma función de costos, $CT=2q^2+9q+4$. (8 puntos)

   (a) En un sólo gráfico muestre la curva de costo medio, costo variable medio y costo marginal para una empresa

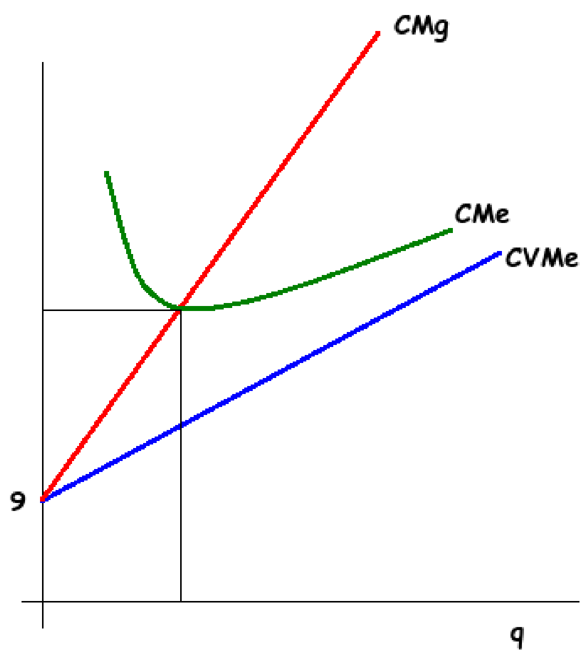
A partir de la función de costo total podemos obtener el costo variable y el costo fijo.

$CT=2q^2+9q+4\rightarrow\begin{Bmatrix}CV=2q^2+9q\\CF=4\end{Bmatrix}$ ***. A partir del costo variable obtenemos el costo variable medio y el costo marginal.***

$CV=2q^2+9q\rightarrow\begin{Bmatrix}CVMe=2q+9\\CMg=4q+9\end{Bmatrix}$ ***. Del costo fijo se obtiene el costo fijo medio y sumado al costo variable medio, obtenemos el costo medio.***

$$CF=4\rightarrow CFMe=\frac{4}{q}\rightarrow CMe=CFMe+CVMe\rightarrow CMe=\frac{4}{q}+2q+9\ .$$

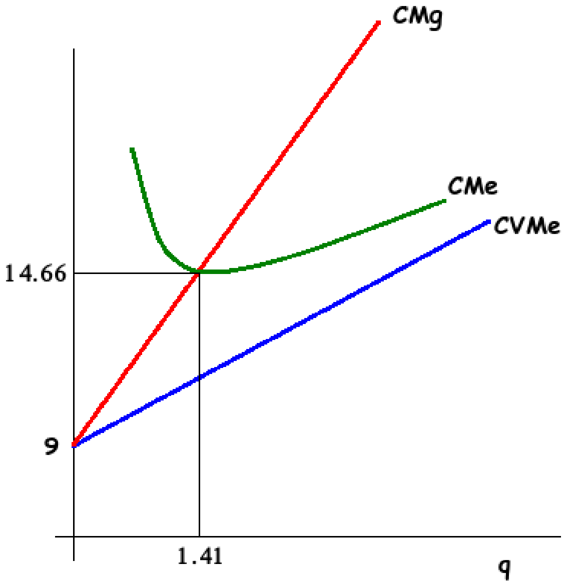
El costo variable medio es una función lineal con pendiente igual a 2 e intercepto vertical igual a 9. El costo marginal es una función lineal con pendiente igual a 4 y el mismo intercepto vertical que el costo variable medio. El costo medio es una función no lineal. Tiene un primer tramo decreciente, cuando va aumentando q el costo fijo cae fuertemente y trae abajo al costo medio. Pero a partir de un cierto nivel de producción el costo variable medio crece más de lo que cae el costo fijo medio y se ingresa al tramo creciente del costo medio. Cuando el costo medio está en su valor mínimo es igual al costo marginal.
El siguiente gráfico muestra la forma de las curvas de costos de cada empresa.



(b) Estime el nivel de producción donde cada empresa puede producir al costo medio más bajo posible. Identifique este punto en el gráfico anterior

Partiendo de la función de costo medio $CMe=\frac{4}{q}+2\mathrm{q}+9$ ***q es el nivel de producción donde el costo medio es mínimo si*** $\frac{dCMe}{dq}=0$ **.**

$\frac{dCMe}{dq}=0\rightarrow-\frac{4}{q^2}+2=0\rightarrow q=\sqrt{2}=1.41$ ***. El costo medio mínimo se alcanza cuando cada empresa produce 1.41 unidades. El costo medio mínimo es igual a 14.66.***



(c) Para cualquier nivel de producción el costo variable medio siempre es mayor al costo marginal. Verdadero. Falso. ¿Por qué?

Falso. Para cualquier nivel de producción el costo variable medio es siempre menor al costo marginal. Ambas funciones tienen el mismo intercepto vertical, pero la pendiente del costo marginal es el doble de la pendiente del costo variable medio.

(d) Si el precio es P y cada empresa maximiza beneficios, encuentre la ecuación que estima el nivel de producción de cada empresa

Dado el precio P el beneficio de cada empresa se obtiene mediante $\pi=IT-CT$ ***. El ingreso total es igual a*** $IT=Pq$ ***mientras que el costo total es igual a*** $CT=2q^2+9\mathrm{q}+4$ ***. Entonces el beneficio de cada empresa es*** $\pi=Pq-2q^2-9\mathrm{q}-4$ ***. Como las empresas maximizan el beneficio, buscamos el nivel de producción para el que*** $\frac{d\pi}{dq}=0$ ***. Es decir***

$\frac{d\pi}{dq}=0\rightarrow P-4\mathrm{q}-9=0\rightarrow q=\frac{P}{4}-\frac{9}{4}$ **.**

(e) Si el precio es P y cada empresa maximiza beneficios, encuentre la ecuación que estima el nivel de producción de todas las empresas en el mercado (emplee Q para la producción del mercado).

El nivel de producción que maximiza el beneficio de cada una de las 16 empresas competitivas en

el mercado, está dado por la función $q=\frac{P}{4}-\frac{9}{4}$ ***. La producción total para el mercado es igual a la suma de la producción de cada una de todas las empresas. Es decir*** $Q=\sum_{1}^{16} q_i$ ***. En consecuencia*** $Q=\sum_{1}^{16} q_i \rightarrow Q=16\left(\frac{P}{4}-\frac{9}{4}\right) \rightarrow Q=4\mathrm{P}-36$ ***,***

(f) Encuentre el precio y el nivel de producción de equilibrio en el mercado

La demanda del mercado es $Q=100-4\mathrm{P}$ **, y la oferta es** $Q=4\mathrm{P}-36$ **. Y resolviendo este sistema de ecuaciones se encuentra el equilibrio del mercado.** $P^{*}=17\ ,\ Q^{*}=32$ **.**

2. Estime la función de costos de largo plazo de una empresa si su función de producción es (4 puntos)

(a) Cobb Douglas

Si la función de producción de largo plazo es del tipo $q=AX_1^{\alpha}X_2^{\beta}$ ***, donde*** $\alpha\ y\ \beta$ ***son positivos, entonces dados los precios de los factores 1 y 2,*** $W_1\ ,\ W_2$ ***, la demanda condicional del factor 1 se puede hallar mediante:*** $TTSF=\frac{W_1}{W_2}$ ***. La tasa técnica de sustitución de factores es*** $TTSF=\frac{\alpha X_2}{\beta X_1}$ ***. En consecuencia*** $\frac{\alpha X_2}{\beta X_1}=\frac{W_1}{W_2}\rightarrow X_2=\left(\frac{W_1}{W_2}\right)\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)X_1$ ***. Y reemplazando este resultado en la función de producción*** $q=AX_1^{\alpha}X_2^{\beta}$ ***obtenemos el siguiente resultado*** $q=A X_1^{\alpha}\left(\frac{W_1}{W_2}\right)^{\beta}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\beta}X_1^{\beta}\rightarrow q=KX_1^{\alpha+\beta}\rightarrow X_1=\left(\frac{q}{K}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$ ***, que representa la función de demanda compensada del factor 1.***

Seguimos el mismo procedimiento para obtener la función de demanda compensada del factor 2.

Si la función de producción de largo plazo es del tipo $q=AX_1^{\alpha}X_2^{\beta}$ ***, donde*** $\alpha\ y\ \beta$ ***son positivos, entonces dados los precios de los factores 1 y 2,*** $W_1\ ,\ W_2$ ***, la demanda condicional del factor 2 se puede hallar mediante:*** $TTSF=\frac{W_1}{W_2}$ ***. La tasa técnica de sustitución de factores es*** $TTSF=\frac{\alpha X_2}{\beta X_1}$ ***. En consecuencia*** $\frac{\alpha X_2}{\beta X_1}=\frac{W_1}{W_2}\rightarrow X_1=\left(\frac{W_2}{W_1}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)X_2$ ***. Y reemplazando este resultado en la función de producción*** $q=AX_1^{\alpha}X_2^{\beta}$ ***obtenemos el siguiente resultado*** $q=A X_2^{\beta}\left(\frac{W_2}{W_1}\right)^{\alpha}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\alpha}X_2^{\alpha}\rightarrow q=MX_2^{\alpha+\beta}\rightarrow X_2=\left(\frac{q}{M}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$ ***.***

Con las demandas condicionadas de los factores, vamos a buscar la función de costos de largo plazo. Sabemos que la función de isocostos está dada por $CT=W_1X_1+W_2X_2$ ***. Ahora reemplazamos el factor 1 y el factor 2 por sus demandas condicionadas, y obtenemos:*** $CT=W_1\left(\frac{q}{K}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}+W_2\left(\frac{q}{M}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\rightarrow CT=Rq^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$ ***.***

En consecuencia, dada la función de producción de largo plazo Cobb Douglas, la función de

costos de largo plazo viene a ser $CT = R\,q^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$ ***. Si la función de producción presenta retornos a escala constantes, entonces*** $CT = R\,q$ ***una función lineal con pendiente positiva igual a R. El costo medio y marginal de largo plazo son constantes e iguales a R.***

Si la función de producción presenta retornos a escala crecientes, entonces $CT = R\,q^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$ ***, es una función no lineal con pendiente positiva y decreciente. El costo medio es decreciente y mayor al costo marginal.***

Si la función de producción presenta retornos a escala decrecientes, entonces $CT = R\,q^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$ ***, es una función no lineal con pendiente positiva y creciente. El costo medio es creciente y menor al costo marginal.***

(b) Leontief

Si la función de producción de largo plazo es del tipo $q = mín\{AX_1, BX_2\}$ ***donde A y B son positivos, entonces la demanda condicionada de los factores 1y 2 se puede obtener mediante:***

$AX_1 = BX_2 \rightarrow X_2 = \left(\frac{A}{B}\right) X_1$ ***y reemplazando este resultado en la función de producción obtenemos*** $q = mín\{AX_1, AX_1\} \rightarrow q = AX_1 \rightarrow X_1 = \frac{q}{A}$ ***, que es la demanda condicional del factor 1. Seguimos el mismo procedimiento para determinar la demanda condicionada del factor 2 .*** $AX_1 = BX_2 \rightarrow X_1 = \left(\frac{B}{A}\right) X_2$ ***y reemplazando este resultado en la función de producción obtenemos*** $q = mín\{BX_2, BX_2\} \rightarrow q = BX_2 \rightarrow X_2 = \frac{q}{B}$ ***.***

Si ahora reemplazamos estos resultados en la función de isocosto obtendremos

$CT = W_1 X_1 + W_2 X_2 \rightarrow CT = W_1 \frac{q}{A} + W_2 \frac{q}{B} \rightarrow CT = Kq$ ***. La función de costos de largo plazo es una función lineal de pendiente positiva. El costo medio es igual al costo marginal e igual a K.***

(c) Factores sustitutos perfectos

Si la función de producción de largo plazo es del tipo $q = AX_1 + BX_2$ ***, donde A y B son positivos, y la TTSF es constante e igual a A/B. Entonces, dados los precios de los factores,*** W_1 ***y*** W_2***, la demanda condicionada de los factores 1 y 2 se puede obtener considerando los siguientes escenarios:***

i) $TTSF > \frac{W_1}{W_2}$ ***En este caso se emplea sólo el factor 1 y no el factor 2. La demanda condicionada del factor 1 será*** $q = AX_1 + B*0 \rightarrow X_1 = \frac{q}{A}$ ***, y la demanda condicional del factor 2 será*** $X_2 = 0$ ***. Reemplazando estos resultados en la función de isocosto obtenemos*** $CT = W_1 X_1 + W_2 X_2 \rightarrow CT = \left(\frac{W_1}{A}\right) q$ ***. Se trata de una función lineal de pendiente positiva igual a*** W_1/A***. El costo medio es igual al costo marginal e igual a*** W_1/A***.***

ii) $TTSF < \frac{W_1}{W_2}$ ***En este caso se emplea sólo el factor 2 y no el factor 1. La demanda condicionada del factor 2 será*** $q = A*0 + BX_2 \rightarrow X_2 = \frac{q}{B}$ ***, y la demanda condicional del factor 1 será*** $X_1 = 0$ ***. Reemplazando estos resultados en la función de isocosto obtenemos*** $CT = W_1 X_1 + W_2 X_2 \rightarrow CT = \left(\frac{W_2}{B}\right) q$ ***. Se trata de una función lineal de pendiente positiva igual a W_2 /B. El costo medio es igual al costo marginal e igual a W_2 /B.***

iii) $TTSF = \frac{W_1}{W_2}$ ***En este caso, cualquier combinación de factores en la recta de isocosto, dado q, es una combinación de mínimo costo. La demanda condicionada del factor 1 se encuentra en el intervalo cerrado*** $\left[0, \left(\frac{W_1}{A}\right) q\right]$ ***, y la demanda condicionada del factor 2 se encuentra en el intervalo cerrado*** $\left[\left(\frac{W_2}{B}\right) q, 0\right]$ ***siempre que*** $q = AX_1 + BX_2$ ***. En cualquiera de estas combinaciones el costo total es el mismo y es el mínimo costo. En consecuencia, asumiendo que sólo se emplea el factor 1, el costo total es*** $CT = \left(\frac{W_1}{A}\right) q$ ***. Y asumiendo que sólo se emplea el factor 2, el costo total es*** $CT = \left(\frac{W_2}{B}\right) q$ ***. En ambos casos se trata de funciones lineales de pendiente positiva, donde el costo medio es igual al costo marginal e igual a*** $\left(\frac{W_1}{A}\right) = \left(\frac{W_2}{B}\right)$ ***.***

iv) ***Finalmente, dados el precio del factor 1 y el precio del factor 2, para cada nivel de producción, el costo total será*** $CT = mín\left\{\left(\frac{W_1}{A}\right) q, \left(\frac{W_2}{B}\right) q\right\}$ ***. Pero este resultado es también igual a*** $CT = q\left[mín\left\{\left(\frac{W_1}{A}\right), \left(\frac{W_2}{B}\right)\right\}\right]$ ***, que es una función lineal de pendiente positiva, con el costo medio igual al costo marginal e igual al mínimo entre*** $\left(\frac{W_1}{A}\right) y \left(\frac{W_2}{B}\right)$ ***.***

3. En el largo plazo las empresas pueden presentar retornos crecientes o constantes. ¿Pueden presentar retornos decrecientes? ¿Por qué? (4 puntos)

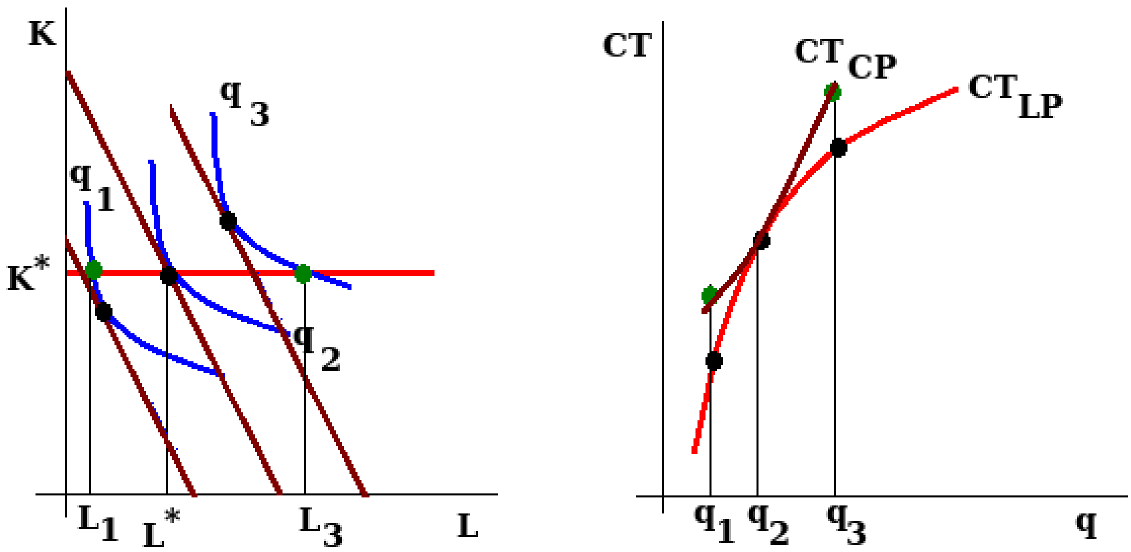
De acuerdo con el Profesor Varian, si una empresa presenta retornos decrecientes "debemos estar haciendo algo mal". Reproducimos el texto del Profesor Varian, (p. 325 , 4a Edición):

"El otro caso que queda por analizar es el de los rendimientos decrecientes de escala, en el que $f(tX_1, tX_2) < tf(X_1, X_2)$ ***cualquiera que sea*** $t > 1$ ***. Este caso es algo peculiar. Si obtenemos menos del doble de producción cuando duplicamos la cantidad de cada uno de los factores, debemos estar haciendo algo mal, ya que siempre cabe la posibilidad de replicar exactamente lo que hacíamos antes. Normalmente, cuando hay rendimientos decrecientes de escala es porque nos olvidamos de tener en cuenta algún factor. Si tenemos el doble de todos, menos de uno, no podemos hacer lo mismo que hacíamos antes, por lo que no existe razón alguna para que obtengamos el doble de producción. En realidad, los rendimientos decrecientes de escala son un fenómeno a corto plazo, en el que hay algo que se mantiene fijo."***

4. Una empresa se encuentra produciendo en el corto plazo empleando una cierta cantidad de capital y

de trabajo, que es la misma cantidad que emplearía en el largo plazo. Dibuje la curva de costos de largo plazo y de corto plazo y explique su forma. (4 puntos)

Si asumimos una función de producción regular, con isocuantas convexas, la situación de corto y largo plazo se puede apreciar en el siguiente grafico.



En el dibujo de la izquierda se aprecian las demandas condicionadas de cada factor para cada uno de los niveles de producción en el largo plazo. Son las combinaciones de color negro. Las combinaciones de color verde representan las demandas condicionadas de factores en el corto plazo, cuando la empresa está restringida a emplear una cantidad fija de capital. Se puede apreciar que por cada combinación verde pasa una curva isocosto que representa un mayor costo que la curva isocosto que pasa por cada combinación negra para cada nivel de producción. Para producir q_2 se emplea la misma cantidad de factores que se emplea en el corto y en el largo plazo.

En el dibujo de la derecha se aprecia la curva de costos de largo plazo. En este ejemplo se asume que los retornos son decrecientes. Para cualquier nivel de producción diferente a q_2 los costos de corto plazo son mayores a los costos de largo plazo.

! Éxitos ¡