Escuela	Escuela Profesional de Ingeniería Económica
Curso	Análisis Económico II
Código	EA-411-L
Aula	Audiovisuales /MS2
Actividad	Práctica Calificada No. 4
	Equilibrio General con Producción
Profesor	Econ. Guillermo Pereyra
Fecha	6 de Diciembre del 2010

1. En una economía se producen dos bienes, 1 y 2, mediante la utilización de los factores de producción L y K, de acuerdo con las siguientes funciones de producción: $X_1 = L_1^{1/4} K_1^{1/4}$, $X_2 = L_2^{1/4} K_2^{1/4}$. La dotación de factores es de 200 unidades, tanto para capital como para trabajo. En esta economía existen dos consumidores, A y B, cuyas preferencias por los bienes 1 y 2 son, respectivamente, las siguientes: $U_A = X_1^A X_2^A$, $U_B = X_1^B X_2^B$.

(a) Determine y represente gráficamente la curva de contrato en producción (CCP)

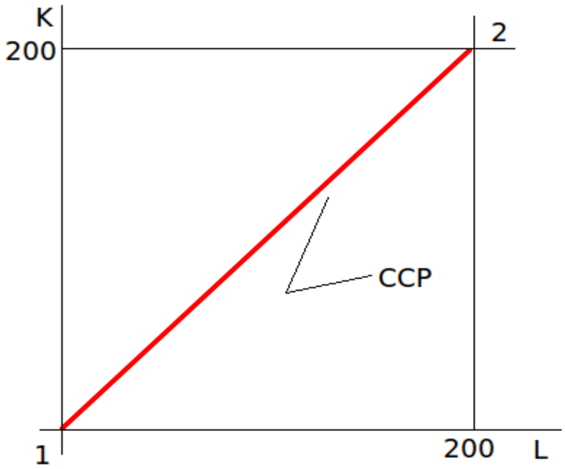
Como las funciones de producción son del tipo Cobb Douglas, es decir, son regulares, las combinaciones eficientes en el sentido de Pareto, ESP, se encuentran sobre una función en L y en K donde la TTSF para producir el bien 1 es igual a la TTSF para producir el bien 2. Es decir:

$X_1 = L_1^{1/4} K_1^{1/4} \rightarrow TTSF_1 = \frac{K_1}{L_1}$ ***y*** $X_2 = L_2^{1/4} K_2^{1/4} \rightarrow TTSF_2 = \frac{K_2}{L_2}$ ***entonces*** $\frac{K_1}{L_1} = \frac{K_2}{L_2}$.

Pero se sabe que $L_1 + L_2 = 200 \rightarrow L_2 = 200 - L_1$ ***, y,*** $K_1 + K_2 = 200 \rightarrow K_2 = 200 - K_1$ ***. Y reemplazando este resultado en*** $\frac{K_1}{L_1} = \frac{K_2}{L_2} \rightarrow \frac{K_1}{L_1} = \frac{200 - K_1}{200 - L_1}$ ***y simplificando se llega a la CCP***

$200\mathrm{K}_1 - K_1 L_1 = 200\mathrm{L}_1 - K_1 L_1 \rightarrow K_1 = L_1$.

En el siguiente gráfico se muestre la Caja de Edgeworth en producción con 200 unidades para trabajo y 200 para capital y la CCP que viene a ser la diagonal de abajo a la izquierda hacia arriba a la derecha (o viceversa).



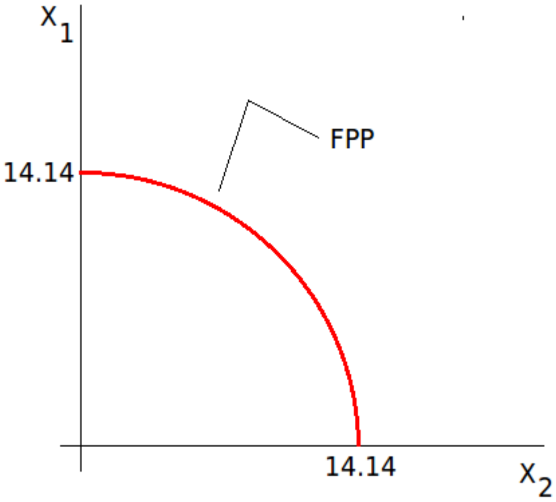
(b) Determine y represente gráficamente la frontera de posibilidades de producción (FPP)

La FPP muestra las combinaciones máximas del bien 1 y 2 que se pueden obtener en la economía a partir de una combinación de factores ESP. De la CCP sabemos que $K_1 = L_1$ ***y por lo tanto también*** $K_2 = L_2$ ***. Reemplazando estos resultados en las funciones de producción de los bienes 1 y 2:***

$X_1 = L_1^{1/4} K_1^{1/4} \rightarrow X_1 = L_1^{1/4} L_1^{1/4} = L_1^{1/2} \rightarrow L_1 = X_1^2$ ***,***

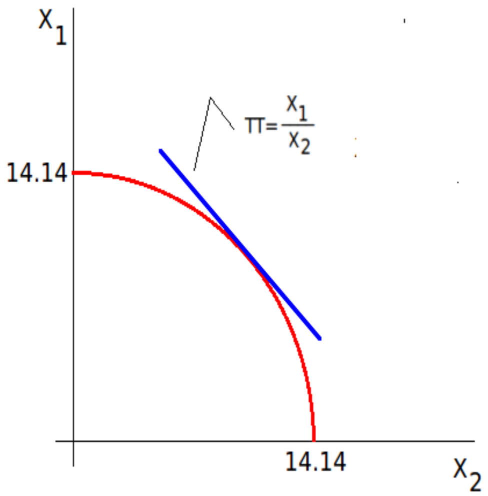
$X_2 = L_2^{1/4} K_2^{1/4} \rightarrow X_2 = L_2^{1/4} L_2^{1/4} = L_2^{1/2} \rightarrow L_2 = X_2^2$ ***pero sabemos que*** $L_1 + L_2 = 200$ ***y entonces***

obtenemos $X_1^2 + X_2^2 = 200$ ***que es la FPP.*** $X_1^2 + X_2^2 = 200$ ***es la función de un círculo. La FPP es el tramo correspondiente al cuadrante positivo con interceptos en 14.14 unidades de cada bien.***



(c) Determine y represente gráficamente la tasa de transformación (TT)

Como $X_1^2 + X_2^2 = 200$ ***, entonces*** $X_2 = \sqrt{200 - X_1^2}$ ***y la TT es*** $-\frac{\delta X_2}{\delta X_1}$ ***. En consecuencia la tasa de transformación es*** $TT = \frac{X_1}{X_2}$ ***. La TT es creciente, en valor absoluto. A medida que producimos más del bien 1, tenemos que dejar de producir cada vez más del bien 2.***



(d) Determine y represente gráficamente el Óptimo de Pareto.

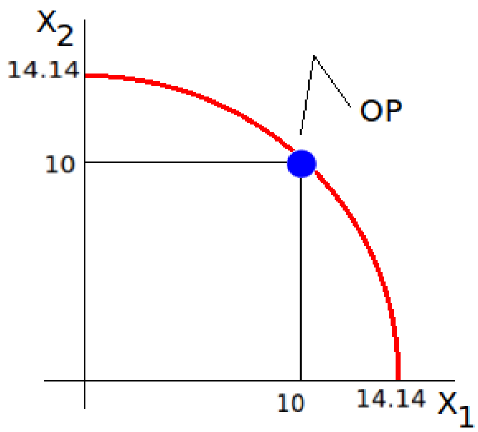
La combinación que es óptimo de Pareto es aquella combinación de los bienes 1 y 2 donde los consumidores maximizan su utilidad y la economía se encuentra sobre la FPP. En consecuencia se debe cumplir que $TSC_A = TSC_B = TT$ ***y además*** $X_1^A + X_1^B = X_1$ ***y de otro lado*** $X_2^A + X_2^B = X_2$ ***, y finalmente*** $X_1^2 + X_2^2 = 200$ ***.***

En consecuencia como $U_A = X_1^A X_2^A$ ***, la tasa subjetiva de cambio para A es*** $TSC_A = \frac{X_2^A}{X_1^A}$ ***. Y***

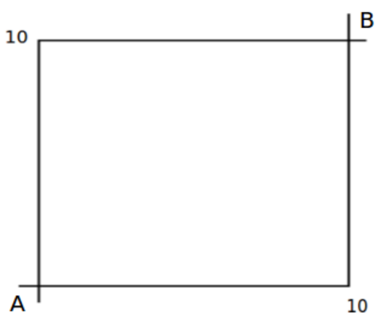
como $U_B = X_1^B X_2^B$ ***, entonces la tasa subjetiva de cambio para B es*** $TSC_B = \frac{X_2^B}{X_1^B}$ ***. Por lo tanto*** $\frac{X_2^A}{X_1^A} = \frac{X_2^B}{X_1^B}$ ***. Pero*** $X_1^A + X_1^B = X_1 \rightarrow X_1^B = X_1 - X_1^A$ ***y*** $X_2^A + X_2^B = X_2 \rightarrow X_2^B = X_2 - X_2^A$ ***y reemplazando se obtiene*** $\frac{X_2^A}{X_1^A} = \frac{X_2 - X_2^A}{X_1 - X_1^A} \rightarrow X_2^A X_1 - X_2^A X_1^A = X_2 X_1^A - X_2^A X_1^A \rightarrow X_2^A X_1 = X_2 X_1^A$ ***o, lo que es lo mismo*** $\frac{X_1}{X_2} = \frac{X_1^A}{X_2^A}$ ***. Pero*** $TT = \frac{X_1}{X_2}$ ***y como*** $TSC_A = TT$ ***entonces reemplazando llegamos a*** $\frac{X_2^A}{X_1^A} = \frac{X_1^A}{X_2^A} \rightarrow X_2^A = X_1^A$ ***.***

Si ahora volvemos al comienzo donde $\frac{X_2^A}{X_1^A} = \frac{X_2^B}{X_1^B}$ ***pero ahora hacemos un reemplazo diferente en*** $X_1^A + X_1^B = X_1 \rightarrow X_1^A = X_1 - X_1^B$ ***y*** $X_2^A + X_2^B = X_2 \rightarrow X_2^A = X_2 - X_2^B$ ***. Este resultado lo llevamos a*** $\frac{X_2 - X_2^B}{X_1 - X_1^B} = \frac{X_2^B}{X_1^B} \rightarrow X_2 X_1^B - X_1^B X_2^B = X_1 X_2^B - X_1^B X_2^B \rightarrow X_2 X_1^B = X_1 X_2^B \rightarrow \frac{X_1}{X_2} = \frac{X_1^B}{X_2^B}$ ***pero como*** $TSC_B = TT$ ***entonces*** $\frac{X_2^B}{X_1^B} = \frac{X_1^B}{X_2^B} \rightarrow X_2^B = X_1^B$ ***.***

En consecuencia $X_2^A = X_1^A$ ***y*** $X_2^B = X_1^B$ ***y sumando ambas ecuaciones*** $X_2^A + X_2^B = X_1^A + X_1^B$ ***y se llega a*** $X_2 = X_1$ ***. Reemplazamos esto en la FPP para hallar el OP:*** $X_1^2 + X_2^2 = 200 \rightarrow 2X_1^2 = 200 \rightarrow X_1^* = 10 = X_2^*$ ***. En el siguiente gráfico se puede apreciar la combinación OP.***

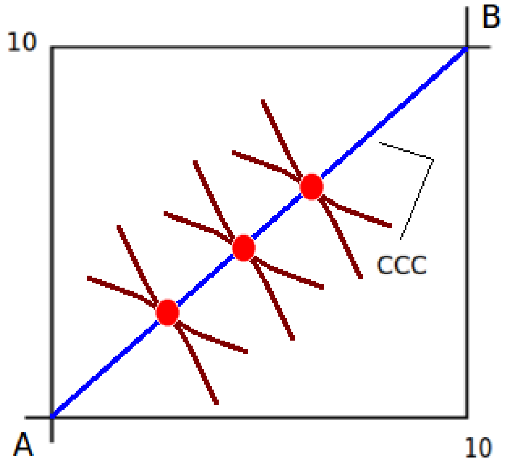


(e) Determine y represente gráficamente la curva de contrato en consumo (CCC).



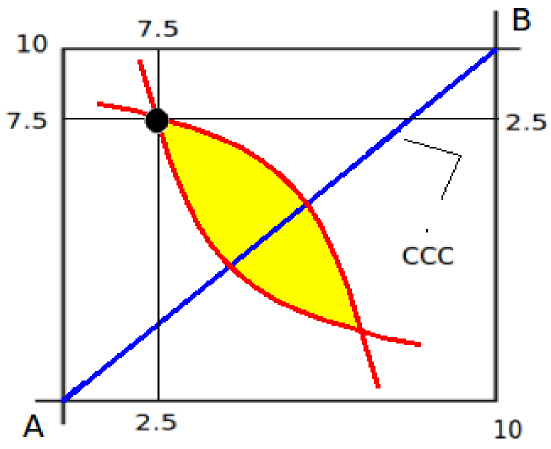
La Caja de Edgeworth, considerando sólo el intercambio entre A y B y sabiendo que en la economía existen 10 unidades de A y 10 unidades de B, se puede apreciar en el gráfico de la izquierda. Ahora tenemos que hallar la curva de contrato en el consumo (CCC). La CCC es la función de todas las combinaciones de los bienes 1 y 2 donde la TSC de A es igual a la TSC de B y la cantidad del bien 1 y del bien 2 se agota en manos de A y B. En consecuencia:

$TSC_A = TSC_B \rightarrow \frac{X_2^A}{X_1^A} = \frac{X_2^B}{X_1^B}$, $X_1^A + X_1^B = 10$ *y* $X_2^A + X_2^B = 10$. ***Entonces*** $X_2^B = 10 - X_2^A$ ***y también*** $X_1^B = 10 - X_1^A$ ***y reemplazando*** $\frac{X_2^A}{X_1^A} = \frac{10 - X_2^A}{10 - X_1^A} \rightarrow 10\,X_2^A - X_1^A\,X_2^A = 10\,X_1^A - X_1^A\,X_2^A$, ***es decir*** $X_2^A = X_1^A$ ***, que es la función de la CCC. La CCC es la diagonal de la Caja de Edgeworth y contiene todas las combinaciones de los bienes 1 y 2 que son OP.***



(f) Si la dotación inicial de A es la cuarta parte de la producción total del bien 1 y las tres cuartas partes de la producción total del bien 2, ¿se trata de una combinación eficiente en el sentido de Pareto? ¿Existen posibilidades de intercambio? ¿Por qué?

La producción total del bien 1 y del bien 2 es de 10 unidades. En consecuencia la dotación inicial de A es (2.5 , 7.5) y la dotación inicial de B es (7.5 , 2.5). Estas combinaciones iniciales no se encuentran sobre la curva de contrato en consumo y, en consecuencia, no son combinaciones OP. El siguiente gráfico demuestra esto. Las dotaciones iniciales de A y B, (2.5 , 7.5) y (7.5 , 2.5), tienen TSC diferentes y esto permite que mediante el intercambio ambos puedan estar mejor. El área de posibilidades de intercambio es el área de color amarillo.



(g) Encuentre el conjunto relevante de asignaciones ESP.

El conjunto de combinaciones OP se encuentran sobre la CCC, pero no todas ellas son relevantes si los consumidores parten de una dotación inicial. Por ejemplo la combinación (0 , 0) para A y (10 , 10) para B es una combinación OP porque se encuentra sobre la CCC pero no es relevante dada las dotaciones iniciales. A partir de las dotaciones iniciales los consumidores pueden mejorar su nivel de utilidad pero no disminuirlo. En consecuencia se mueven sobre el área de

posibilidades de intercambio en dirección a la CCC. La utilidad del consumidor A dada su dotación inicial es $U_A = X_1^A X_2^A = (2.5)(7.5) = 18.75$ **.**

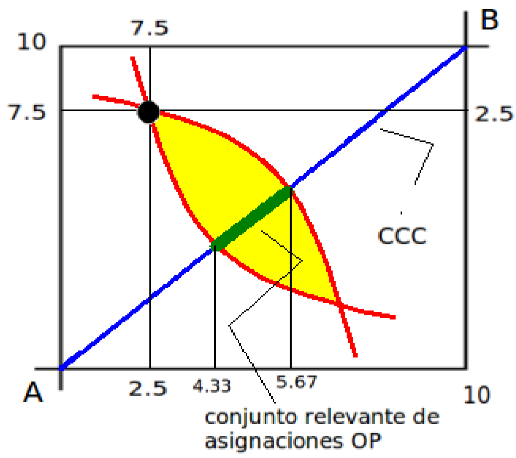
El consumidor A estará dispuesto a realizar cualquier intercambio con B siempre que su utilidad final sea $U_A \geqslant 18.75$ ***y en las combinaciones relevantes sobre la CCC se debe cumplir que*** $X_1^A = X_2^A$ ***. Entonces:***

$X_1^A X_2^A \geqslant 18.75 \rightarrow X_1^A \geqslant 4.33$.

El consumidor B estará dispuesto a realizar cualquier intercambio con A siempre que su utilidad final sea $U_B = X_1^B X_2^B = 18.75$ ***y en las combinaciones relevantes sobre la CCC se debe cumplir que*** $X_1^B = X_2^B$ ***. Entonces:***

$X_1^B X_2^B \geqslant 18.75 \rightarrow X_1^B \geqslant 4.33$ ***pero como la producción del bien 1 en la economía es de 10 unidades, entonces si*** $X_1^B \geqslant 4.33 \rightarrow X_1^A \leqslant 5.67$.

En consecuencia el tramo relevante de combinaciones OP es el tramo de la CCC, $X_1^A = X_2^A$ ***donde*** $X_1 \epsilon [4.33, 5.67]$ ***. En el siguiente gráfico se aprecia el tramo relevante de la CCC.***



(h) Encuentre el EGC.

Se trata de determinar la cantidad de trabajo que se requiere para producir el bien 1, la cantidad de trabajo que se requiere para producir el bien 2, la cantidad de capital que se requiere para producir el bien 1, la cantidad de capital que se requiere para producir el bien 2, la cantidad del bien 1 que consume el consumidor A, la cantidad del bien 2 que consume el consumidor A, la cantidad del bien 1 que consume el consumidor B, la cantidad del bien 2 que consume el consumidor B, el precio del trabajo, el precio del capital, el precio del bien 1 y el precio del bien 2. Un total de 12 incógnitas:

$$EGC = \{L_1, L_2, K_1, K_2, X_1^A, X_1^B, X_2^A, X_2^B, w, r, P_1, P_2\}$$

La combinación de EGC se obtiene considerando que las empresas maximizan beneficios, los consumidores maximizan utilidad y la economía se encuentra sobre su FPP. Para resolver esta parte del problema vamos a asumir como numerario el bien 2 (P₂=1). En consecuencia:

- ***Las empresas maximizan beneficios***

$$P_1 = CMg_1 \ y \ P_2 = CMg_2 \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{CMg_1}{CMg_2} \rightarrow TT = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow \frac{X_1}{X_2} = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow \frac{X_1}{X_2} = P_1 \ \ldots (1)$$

$$P_1 PMg_{L_1} = w \quad \textbf{\textit{, como}} \quad X_1 = L_1^{1/4} K_1^{1/4} \rightarrow PMg_{L_1} = \frac{K_1^{1/4}}{4L_1^{3/4}} \rightarrow P_1 \frac{K_1^{1/4}}{4L_1^{3/4}} = w \ ... (2)$$

$$P_1 PMg_{K_1} = r \quad \textbf{\textit{, como}} \quad X_1 = L_1^{1/4} K_1^{1/4} \rightarrow PMg_{K_1} = \frac{L_1^{1/4}}{4K_1^{3/4}} \rightarrow P_1 \frac{L_1^{1/4}}{4K_1^{3/4}} = r \ ... (3)$$

- ***Los consumidores maximizan utilidad***

$$TSC_A = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow \frac{X_2^A}{X_1^A} = P_1 \ ... (4)$$

$$P_1 X_1^A + X_2^A = 2.5 P_1 + 7.5 \ ... (5)$$

(el ingreso del consumidor es igual al valor de mercado de su dotación).

$$TSC_B = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow \frac{X_2^B}{X_1^B} = P_1 \ ... (6)$$

$$P_1 X_1^B + X_2^B = 7.5 P_1 + 2.5 \ ... (7)$$

(el ingreso del consumidor es igual al valor de mercado de su dotación).

- ***La economía se encuentra sobre la FPP***

$$X_1^2 + X_2^2 = 200 \ ... (8)$$

- ***La demanda de los bienes agota la producción***

$$X_1^A + X_1^B = X_1 \ ... (9)$$

$$X_2^A + X_2^B = X_2 \ ... (10)$$

Mediante 4, 5, 6 y 7 vamos a buscar la demanda del bien 1 y del bien 2 para A y para B:

$\frac{X_2^A}{X_1^A} = P_1 \rightarrow X_2^A = P_1 X_1^A$ ***y reemplazando en la restricción de presupuesto, se obtiene la demanda del bien 2 por A:*** $P_1 X_1^A + X_2^A = 2.5 P_1 + 7.5 \rightarrow 2 X_2^A = 2.5 P_1 + 7.5 \rightarrow X_2^A = \frac{2.5 P_1 + 7.5}{2}$ ***. Con el mismo procedimiento hallamos la demanda del bien 1 por A:***

$\frac{X_2^A}{X_1^A} = P_1 \rightarrow X_2^A = P_1 X_1^A$ ***y reemplazando en la restricción de presupuesto, se obtiene la demanda del bien 1 por A:*** $P_1 X_1^A + X_2^A = 2.5 P_1 + 7.5 \rightarrow 2 P_1 X_1^A = 2.5 P_1 + 7.5 \rightarrow X_1^A = \frac{2.5 P_1 + 7.5}{2P_1}$.

La demanda del bien 2 por B:

$\frac{X_2^B}{X_1^B} = P_1 \rightarrow X_2^B = P_1 X_1^B$ ***y reemplazando en la restricción de presupuesto:***

$P_1 X_1^B + X_2^B = 7.5 P_1 + 2.5 \rightarrow 2 X_2^B = 7.5 P_1 + 2.5 \rightarrow X_2^B = \frac{7.5 P_1 + 2.5}{2}$ ***. Ahora la demanda del bien 1 por B:*** $P_1 X_1^B + X_2^B = 7.5 P_1 + 2.5 \rightarrow 2 P_1 X_1^B = 7.5 P_1 + 2.5 \rightarrow X_1^B = \frac{7.5 P_1 + 2.5}{2P_1}$.

Mediante 9 y 10 hallamos la demanda del bien 1 y 2 en la economía:

$$X_1^A + X_1^B = X_1 \rightarrow X_1 = \frac{2.5P_1 + 7.5}{2P_1} + \frac{7.5P_1 + 2.5}{2P_1} \rightarrow X_1 = \frac{10P_1 + 10}{2P_1} \ .$$

$$X_2^A+X_2^B=X_2\rightarrow X_2=\frac{2.5\mathrm{P}_1+7.5}{2}+\frac{7.5\mathrm{P}_1+2.5}{2}\rightarrow X_2=\frac{10\mathrm{P}_1+10}{2}\quad .$$

Y llevando estos resultados a la ecuación 8:

$$X_1^2+X_2^2=200\rightarrow\left(\frac{10\mathrm{P}_1+10}{2\mathrm{P}_1}\right)^2+\left(\frac{10\mathrm{P}_1+10}{2}\right)^2=200\rightarrow P_1=1\quad .$$

Por lo tanto : $X_1^A=\frac{2.5P_1+7.5}{2\mathrm{P}_1}\rightarrow X_1^A=5\quad .\quad X_1^B=\frac{7.5P_1+2.5}{2\mathrm{P}_1}\rightarrow X_1^B=5\quad .$

$X_2^A=\frac{2.5P_1+7.5}{2}\rightarrow X_2^A=5\quad .\quad X_2^B=\frac{7.5P_1+2.5}{2}\rightarrow X_2^B=5$ ***. Y con estos resultados obtenemos***

$$X_1^A+X_1^B=X_1\rightarrow X_1=10\quad .\quad X_2^A+X_2^B=X_2\rightarrow X_2=10\quad .$$

Ahora vamos a encontrar las demandas de factores. Se sabe que $X_1=10$ ***y la combinación de factores que produce 10 unidades del bien 1 se encuentra sobre la CCP, es decir*** $K_1=L_1$ ***. Reemplazando estos resultados en la función de producción del bien 1:*** $X_1=L_1^{1/4}K_1^{1/4}$ ***obtenemos*** $10=L_1^{1/4}L_1^{1/4}\rightarrow L_1=100\rightarrow K_1=100\rightarrow L_2=K_2=100$ ***.***

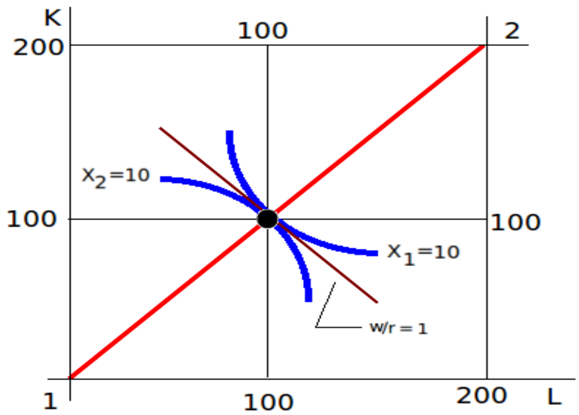
El precio del trabajo se obtiene mediante la ecuación 2: $P_1\frac{K_1^{1/4}}{4\mathrm{L}_1^{3/4}}=w\rightarrow w=0.025\quad .$

El precio del capital se obtiene mediante la ecuación 3: $P_1\frac{L_1^{1/4}}{4\mathrm{K}_1^{3/4}}=r\rightarrow r=0.025\quad .$

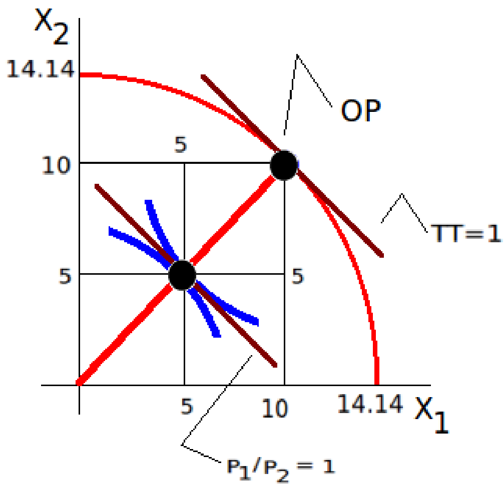
En consecuencia el EGC es:

$$EGC=\{L_1,L_2,K_1,K_2,X_1^A,X_1^B,X_2^A,X_2^B,w,r,P_1,P_2\}$$
$$EGC=\{100,100,100,100,5,5,5,5,0.025,0.025,1,1\}$$

El siguiente gráfico muestra el EGC en la caja de Edgeworth para los factores:



Y en este gráfico de la siguiente página, el EGC en la caja de Edgeworth para los bienes. La pendiente de la FPP es igual a la pendiente de los precios de los bienes.



! Éxitos ¡