



|           |  |
|-----------|--|
| Escuela   | Escuela Profesional de Ingeniería Económica                            |
| Curso     | Análisis Económico I   |
| Código    | EA-351-L   |
| Aula      | Posgrado A   |
| Actividad | Práctica Calificada No. 4 (Solucionario)                               |
| Profesor  | Minimización de Costos, funciones de costos<br>Econ. Guillermo Pereyra |
| Fecha     | 30 de Junio del 2010   |

1. La función de producción de una empresa competitiva en el mercado de bienes y en el mercado de factores está dada por  $q = 4 X_1^{1/4} X_2$

(a) Encuentre la ruta de expansión

*La ruta de expansión es la función que contiene las combinaciones de los factores que minimizan los costos para cada nivel dado de producción. Primero estimamos la tasa técnica de sustitución de factores (pendiente de la isocuanta).*

$$TTS = - \frac{dX_2}{dX_1} = \frac{PMg_1}{PMg_2} = \frac{X_2}{4X_1}$$

*Ahora igualamos la TTS con el precio relativo de los factores (pendiente de la isocosto). Como el mercado de factores es competitivo, el precio de los factores está dado.*

$$TTS = \frac{X_2}{4X_1} = \frac{W_1}{W_2} \rightarrow X_2 = \left(\frac{4W_1}{W_2}\right) X_1$$

(b) Encuentre la demanda condicionada del factor 1

*Para determinar la demanda condicionada del factor 1, reemplazamos la función de la ruta de expansión en la función de producción.*

$$X_2 = \left(\frac{4W_1}{W_2}\right) X_1 \rightarrow q = 4 X_1^{1/4} \left(\frac{4W_1}{W_2} X_1\right) = \left(\frac{16W_1}{W_2}\right) X_1^{5/4} \rightarrow X_1 = \left(\frac{W_2}{16W_1}\right)^{4/5} q^{4/5}$$

(c) Encuentre la demanda condicionada del factor 2

*Para determinar la demanda condicionada del factor 2, reemplazamos la función de la ruta de expansión en la función de producción.*

$$X_2 = \left(\frac{4W_1}{W_2}\right) X_1 \rightarrow X_1 = \left(\frac{W_2}{4W_1}\right) X_2 \rightarrow q = 4 \left(\frac{W_2 X_2}{4W_1}\right)^{1/4} X_2 = \left(\frac{W_1}{64 W_2}\right)^{1/5} q^{4/5}$$

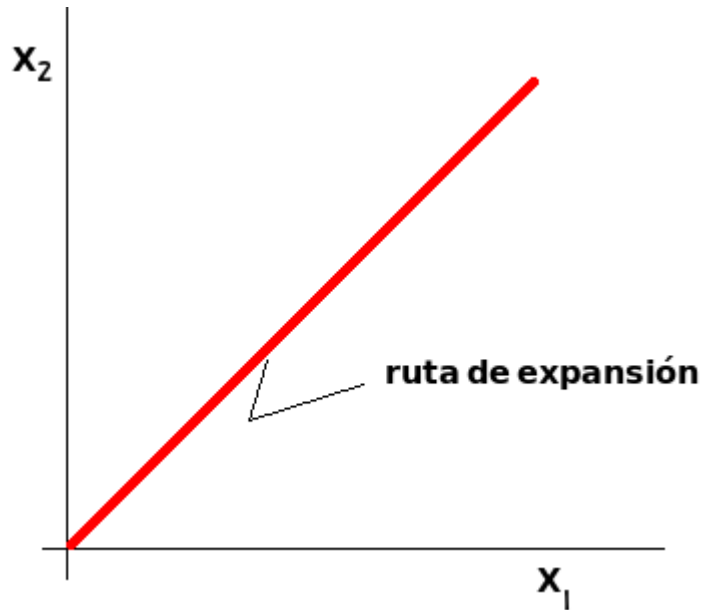
(d) Estime la función de costos

*Los costos de producción se obtienen a partir de la demanda condicionada de factores*

$$CT = W_1 X_1^* + W_2 X_2^* = W_1 \left(\frac{W_2}{16 W_1}\right)^{4/5} q^{4/5} + W_2 \left(\frac{W_1}{64 W_2}\right)^{1/5} q^{4/5} \rightarrow CT = \alpha q^{4/5}$$

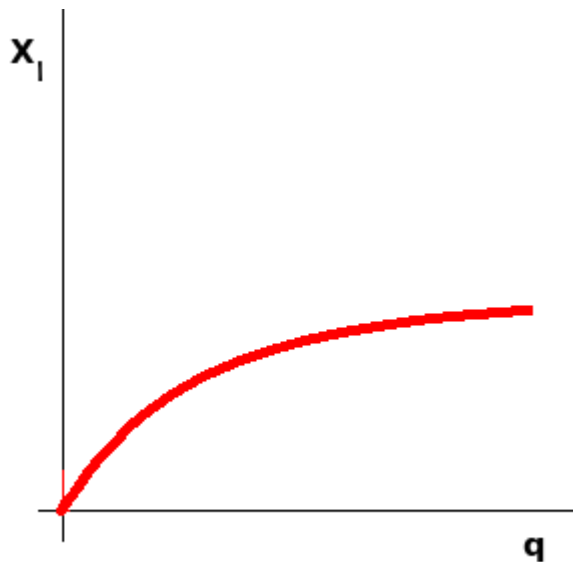
(e) Grafique la ruta de expansión

*Sabemos que  $X_2 = \left(\frac{4W_1}{W_2}\right) X_1 \rightarrow X_2 = \delta X_1$  y  $\delta$  es mayor que cero. Entonces el grafico de la ruta de expansión viene a ser:*



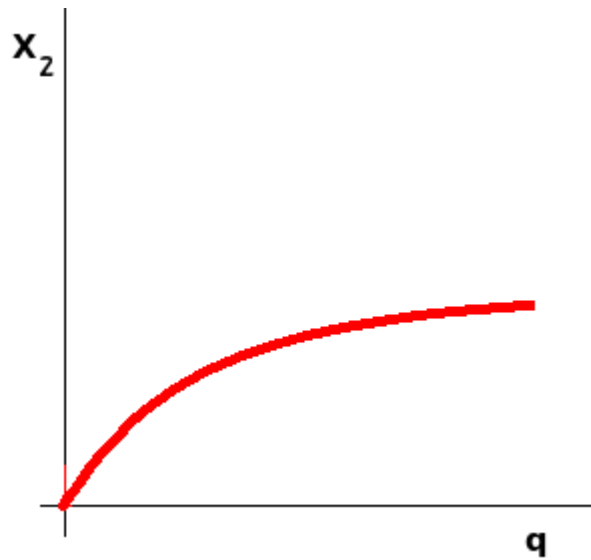
(f) Grafique la demanda condicionada del factor 1

La demanda condicionada del factor 1 está dada por la función  $X_1 = \left(\frac{W_2}{16W_1}\right)^{4/5} q^{4/5}$  que es lo mismo que  $X_1 = \beta q^{4/5}$  y su representación grafica es una función no lineal de pendiente positiva.



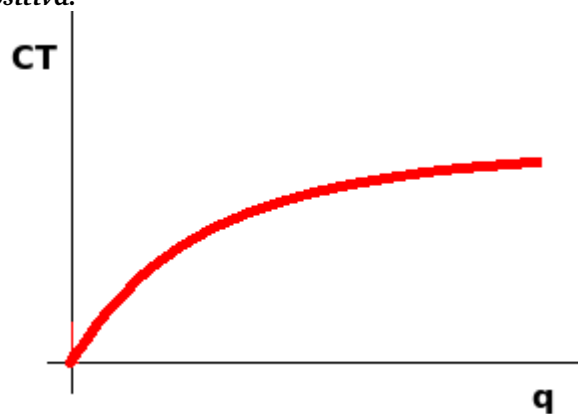
(g) Grafique la demanda condicionada del factor 2

La demanda condicionada del factor 2 está dada por la función  $X_2 = \left(\frac{W_1}{64W_2}\right)^{1/5} q^{4/5}$  que es lo mismo que  $X_2 = \gamma q^{4/5}$  y su representación grafica es una función no lineal de pendiente positiva.



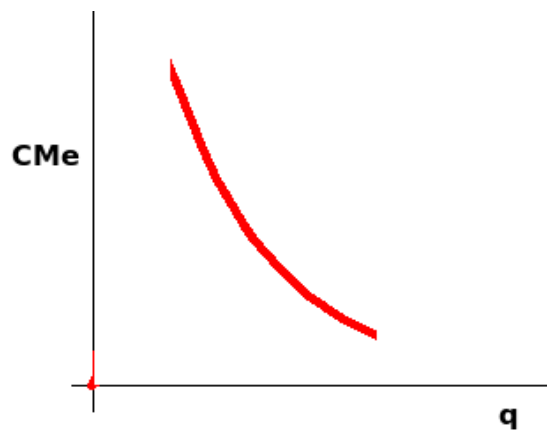
(h) Grafique la curva de costos

La función de costos está dada por  $CT = \alpha q^{4/5}$  y su representación grafica es una función no lineal de pendiente positiva.



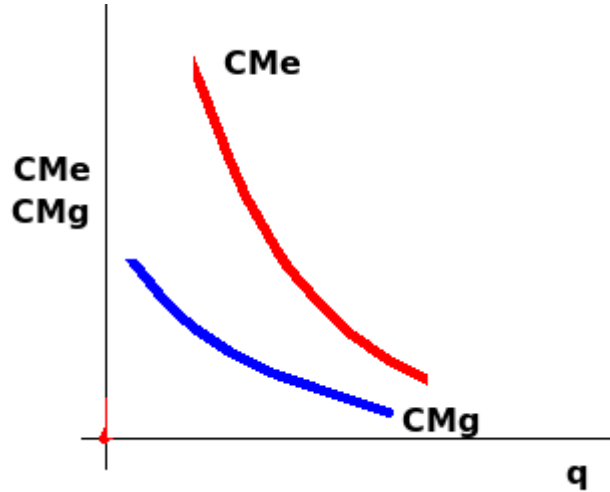
(i) Estime y grafique la curva de costo medio

Como la curva de costos es  $CT = \alpha q^{4/5}$ , la curva de costo medio es  $CMe = \frac{CT}{q} = \frac{\alpha q^{4/5}}{q}$ , es decir  $CMe = \frac{\alpha}{q^{1/5}}$ . Se trata de una curva no lineal, decreciente en todo su recorrido.



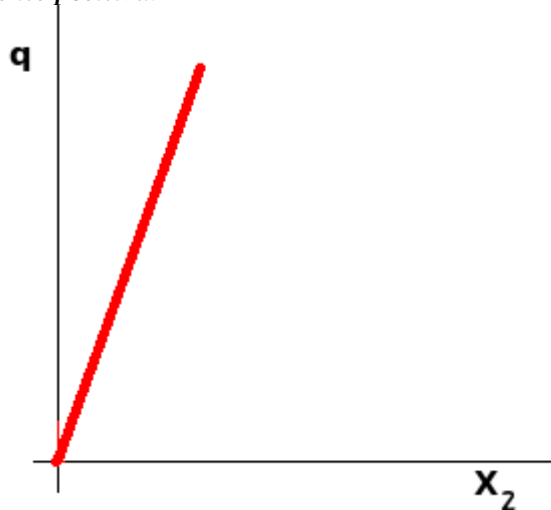
(j) Estime y grafique la curva de costo marginal

Dada la curva de costos  $CT = \alpha q^{4/5}$ , la función de costo marginal es  $CMg = \frac{4\alpha}{5q^{1/5}}$  que es una curva no lineal, decreciente en todo su recorrido y que va por debajo de la curva de costo medio.



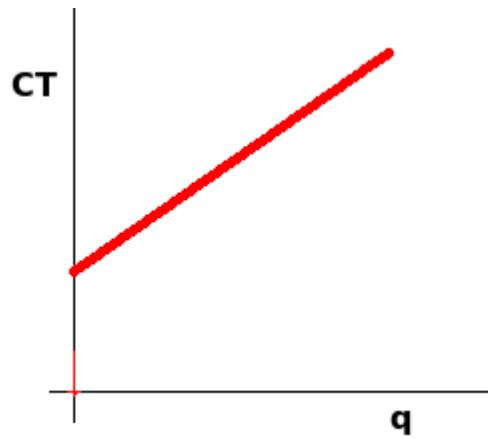
(k) Si la empresa está restringida al empleo de 16 unidades del factor 1, estime y grafique la función de producción

La función de producción es  $q = 4 X_1^{1/4} X_2$ , entonces  $q = 8 X_2$  y queda representada por una función lineal de pendiente positiva.



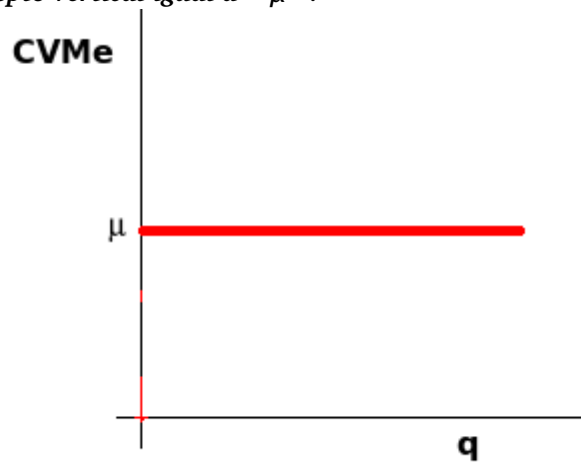
(l) Si la empresa está restringida al empleo de 16 unidades del factor 1, estime y grafique la función de costos

Los costos son iguales a los costos fijos, por el costo de las 16 unidades del factor 1, más los costos variables, por el empleo de unidades del factor 2. Es decir  $CT = 16W_1 + W_2 X_2$ , pero dada la función de producción  $q = 8 X_2 \rightarrow X_2 = \frac{q}{8}$  y entonces  $CT = 16W_1 + W_2 \left(\frac{q}{8}\right)$  que también se puede expresar como  $CT = CF + \mu q$ . Su representación grafica es una función lineal con pendiente positiva igual a  $\mu$  y con intercepto vertical igual a CF.



(m) Si la empresa está restringida al empleo de 16 unidades del factor 1, estime y grafique la función de costo variable medio

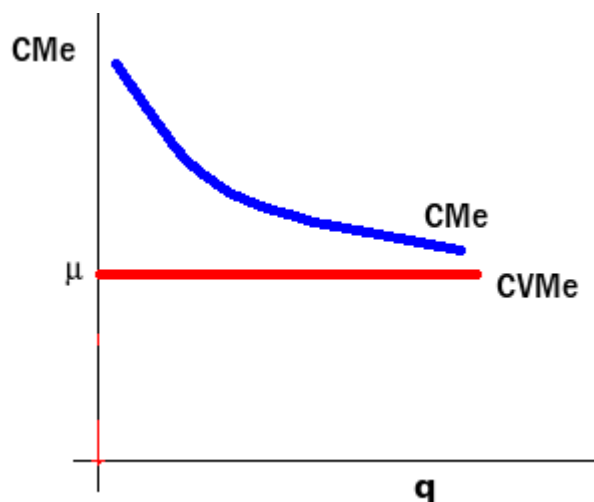
El costo variable es  $CV = \mu q \rightarrow CVMe = \frac{CV}{q} = \frac{\mu q}{q} \rightarrow CVMe = \mu$  que se representa como una horizontal con intercepto vertical igual a  $\mu$ .



(n) Si la empresa está restringida al empleo de 16 unidades del factor 1, estime y grafique la función de costo medio

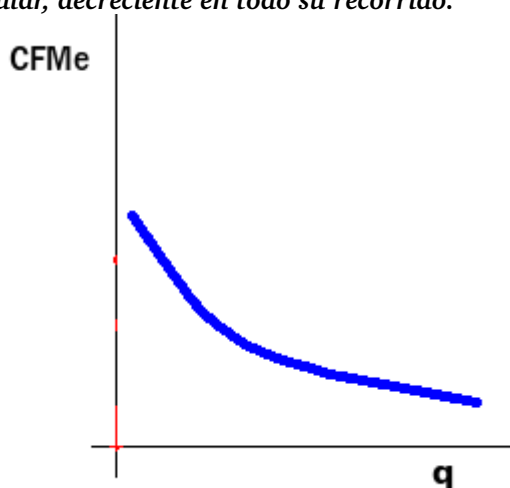
El costo total está dado por la función de costos que encontramos antes.

$CT = CF + \mu q \rightarrow CMe = \frac{CF}{q} + \frac{\mu q}{q} \rightarrow CMe = CFMe + \mu$ . El costo medio es igual al costo fijo medio más el costo variable medio. A medida que se incrementa la producción el costo fijo medio disminuye mientras que el costo variable medio permanece constante. En consecuencia, el costo medio es decreciente y asintótico con el costo variable medio. En el siguiente gráfico se puede apreciar cómo, a medida que se incrementa la producción el costo medio se acerca al costo variable medio. La distancia vertical entre el costo medio y el costo variable medio viene a ser el costo fijo medio, que siempre es decreciente.



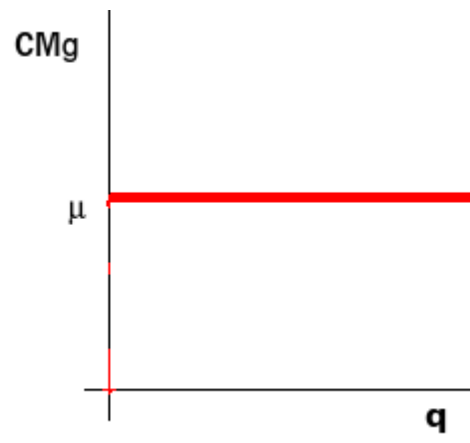
- (o) Si la empresa está restringida al empleo de 16 unidades del factor 1, estime y grafique la función de costo fijo medio

El costo fijo medio está dado por  $CFMe = \frac{CF}{q}$ . Su representación grafica es una curva no lineal, hipérbola rectangular, decreciente en todo su recorrido.



- (p) Si la empresa está restringida al empleo de 16 unidades del factor 1, estime y grafique la función de costo marginal

Como el costo variable es igual a  $CV = \mu q \rightarrow CMg = \mu$ , que a su vez es igual al costo variable medio. La curva del costo variable medio, es también la curva del costo marginal.



**! Éxitos i  
El Profesor**