Escuela	Escuela Profesional de Economía
Curso	Microeconomía Avanzada
Aula	215D/209N
Actividad	Práctica Dirigida No. 1 Teoría del Consumidor
Profesor	Econ. Guillermo Pereyra
Fecha	23 de Abril del 2010

---

1. Dada la función de utilidad $U=\ln X_1+\ln X_2$

(a) Determinar la función de demanda ordinaria del bien 1

Este problema es el primal. Se trata de maximizar la utilidad sujetos a la restricción de presupuesto: $Max.\, U=Max\,(\ln X_1+\ln X_2)$ *s.a.* $P_1X_1+P_2X_2=m$ *. Aplicando las CPO se llega a* $TSC=\frac{1/X_1}{1/X_2}=\frac{X_2}{X_1}$ *y* $TOC=\frac{P_1}{P_2}\rightarrow P_1X_1=P_2X_2$ *y reemplazando en la recta de presupuesto se llega a* $P_1X_1+P_2X_2=2\mathrm{P}_1X_1=m\rightarrow X_1{*}=\frac{m}{2\mathrm{P}_1}$.

(b) Determinar la función de demanda ordinaria del bien 2

Este problema es el primal. Se trata de maximizar la utilidad sujetos a la restricción de presupuesto: $Max.\, U=Max\,(\ln X_1+\ln X_2)$ *s.a.* $P_1X_1+P_2X_2=m$ *. Aplicando las CPO se llega a* $TSC=\frac{1/X_1}{1/X_2}=\frac{X_2}{X_1}$ *y* $TOC=\frac{P_1}{P_2}\rightarrow P_1X_1=P_2X_2$ *y reemplazando en la recta de presupuesto se llega a* $P_1X_1+P_2X_2=2\mathrm{P}_2X_2=m\rightarrow X_2{*}=\frac{m}{2\mathrm{P}_2}$.

(c) Determinar la función de demanda compensada del bien 1

Este problema es el dual. Se trata de minimizar el gasto sujeto a la restricción de utilidad: $Min\, m=Min(P_1X_1+P_2X_2)\, s.\,a.\, U=\ln X_1+\ln X_2$ *. Aplicando las CPO se obtiene la relación ya conocida* $P_1X_1=P_2X_2\rightarrow X_2=\frac{P_1}{P_2}X_1$ *,y reemplazamos en la función de utilidad para obtener* $U=\ln X_1+\ln(\frac{P_1}{P_2}X_1)=\ln X_1+\ln(\frac{P_1}{P_2})+\ln X_1=2\ln X_1+\ln(\frac{P_1}{P_2})$ *y entonces* $\ln X_1=\frac{U}{2}-\frac{\ln(\frac{P_1}{P_2})}{2}$ *y* $X_1{*}=e^{U/2}(\frac{P_2}{P_1})^{1/2}\rightarrow X_1{*}=e^{U/2}\sqrt{\frac{P_2}{P_1}}$.

(d) Determinar la función de demanda compensada del bien 2

Este problema es el dual. Se trata de minimizar el gasto sujeto a la restricción de utilidad: $Min\, m=Min(P_1X_1+P_2X_2)\, s.\,a.\, U=\ln X_1+\ln X_2$ *. Aplicando las CPO se obtiene la relación ya conocida* $P_1X_1=P_2X_2\rightarrow X_1=\frac{P_2}{P_1}X_2$ *,y reemplazamos en la función de* *utilidad para obtener* $U=\ln X_2+\ln(\frac{P_2}{P_1}X_2)=\ln X_2+\ln(\frac{P_2}{P_1})+\ln X_2=2\ln X_2+\ln(\frac{P_2}{P_1})$ *y entonces* $\ln X_2=\frac{U}{2}-\frac{\ln(\frac{P_2}{P_1})}{2}$ *y* $X_2{}^*=e^{U/2}(\frac{P_1}{P_2})^{1/2}\rightarrow X_2{}^*=e^{U/2}\sqrt{\frac{P_1}{P_2}}$.

(e) Determinar la función del gasto

Para hallar la función del gasto basta con incorporar las demandas compensadas del bien 1 y del bien 2 en la recta de presupuesto, la función del gasto es $E=P_1X_1+P_2X_2$ *, y reemplazando con las demandas compensadas* $E=P_1(e^{U/2}\sqrt{\frac{P_2}{P_1}})+P_2(e^{U/2}\sqrt{\frac{P_1}{P_2}})$ *y simplificando se llega a* $E=2e^{U/2}\sqrt{P_1P_2}$.

(f) Compruebe si las demandas ordinarias cumplen con la ley de Walras

Las demandas ordinarias de los bienes 1 y 2 que encontramos en la parte (a) son, respectivamente, $X_1{}^*=\frac{m}{2\mathrm{P}_1}$ *y* $X_2{}^*=\frac{m}{2\mathrm{P}_2}$ *. Reemplazamos estos resultados en la recta de presupuesto* $m=P_1(\frac{m}{2\mathrm{P}_1})+P_2(\frac{m}{2\mathrm{P}_2})\rightarrow m=m$.

(g) Compruebe si la demanda ordinaria del bien 1 es homogénea de grado cero en precios e ingreso

La demanda ordinaria del bien 1 está dada por la función $X_1{}^*(P_{1,}P_{2,}m)=X_1{}^*=\frac{m}{2\mathrm{P}_1}$ *. Si multiplicamos el ingreso y los precios en* $t>1$ *, entonces la demanda ordinaria del bien 1 será* $X_1{}^*(tP_{1,}tP_{2,}tm)=X_1{}^*=\frac{tm}{2\mathrm{tP}_1}=X_1{}^*(P_{1,}P_{2,}m)$.

(h) Compruebe si la demanda ordinaria del bien 2 es homogénea de grado cero en precios e ingreso

La demanda ordinaria del bien 2 está dada por la función $X_2{}^*(P_{1,}P_{2,}m)=X_2{}^*=\frac{m}{2\mathrm{P}_2}$ *. Si multiplicamos el ingreso y los precios en* $t>1$ *, entonces la demanda ordinaria del bien 2 será* $X_2{}^*(tP_{1,}tP_{2,}tm)=X_2{}^*=\frac{tm}{2\mathrm{tP}_2}=X_2{}^*(P_{1,}P_{2,}m)$.

(i) Comprobar la agregación de Cournot en el caso del bien 1

La agregación de Cournot está dada por $\varepsilon_{1,P_1}S_1+\varepsilon_{2,P_1}S_2=-S_1$ *.S es la proporción del ingreso que se gasta en el bien. Se trata de analizar el impacto de un cambio en el precio del bien 1, sobre la demanda del bien 1 y la demanda del bien 2. Tomando la demanda* *ordinaria del bien 1,* $X_1{*}=\frac{m}{2P_1}$ *, se obtiene la elasticidad precio de demanda mediante la siguiente función* $\varepsilon_{1,P_1}=\frac{dX_1}{dP_1}\frac{P_1}{X_1}$ *y esto nos da* $\varepsilon_{1,P_1}=-1$ *. De otro lado tenemos la elasticidad cruzada de demanda* $\varepsilon_{2,P_1}=\frac{dX_2}{dP_1}\frac{P_1}{X_2}$ *, y esto nos da* $\varepsilon_{2,P_1}=0$ *. En consecuencia, reemplazando en la agregación de Cournot para el bien 1, obtenemos* $\varepsilon_{1,P_1}S_1+\varepsilon_{2,P_1}S_2=(-1)S_1+(0)S_2=-S_1$.

(j) Comprobar la agregación de Cournot en el caso del bien 2

La agregación de Cournot está dada por $\varepsilon_{2,P_2}S_2+\varepsilon_{1,P_2}S_1=-S_2$ *.S es la proporción del ingreso que se gasta en el bien. Se trata de analizar el impacto de un cambio en el precio del bien 2, sobre la demanda del bien 2 y la demanda del bien 1. Tomando la demanda ordinaria del bien 2,* $X_2{*}=\frac{m}{2P_2}$ *, se obtiene la elasticidad precio de demanda mediante la siguiente función* $\varepsilon_{2,P_2}=\frac{dX_2}{dP_2}\frac{P_2}{X_2}$ *y esto nos da* $\varepsilon_{2,P_2}=-1$ *. De otro lado tenemos la elasticidad cruzada de demanda* $\varepsilon_{1,P_2}=\frac{dX_1}{dP_2}\frac{P_2}{X_1}$ *, y esto nos da* $\varepsilon_{1,P_2}=0$ *. En consecuencia, reemplazando en la agregación de Cournot para el bien 2, obtenemos* $\varepsilon_{2,P_2}S_2+\varepsilon_{1,P_2}S_1=(-1)S_2+(0)S_1=-S_2$.

(k) Comprobar la agregación de Engel

La agregación de Engel está dada por $\varepsilon_{1,m}S_1+\varepsilon_{2,m}S_2=-1$ *. Se trata de analizar el impacto de un cambio en el ingreso del consumidor sobre la demanda de los bienes 1 y 2. Tomando la demanda ordinaria del bien 1,* $X_1{*}=\frac{m}{2P_1}$ *, podemos estimar la elasticidad ingreso para el bien 1,* $\varepsilon_{1,m}=\frac{dX_1}{dm}\frac{m}{X_1}$ *, y esto nos da* $\varepsilon_{1,m}=1$ *.Tomando la demanda ordinaria del bien 2,* $X_2{*}=\frac{m}{2P_2}$ *, podemos estimar la elasticidad ingreso para el bien 2,* $\varepsilon_{2,m}=\frac{dX_2}{dm}\frac{m}{X_2}$ *, y esto nos da* $\varepsilon_{2,m}=1$ *. Y reemplazando en la agregación de Engel se obtiene* $\varepsilon_{1,m}S_1+\varepsilon_{2,m}S_2=S_1+S_2=\frac{P_1X_1}{m}+\frac{P_2X_2}{m}=\frac{m}{m}=1$.