IDENTIDAD DE ROY Y EL LEMA DE SHEPARD

MORALES PAULINO SOFIA 07120042

ORTIZ GUILLEN YHANNIK NOAH 08120226

SOCUALAYA CARRIL CARLOS ARTURO 07120087

TUCTA ALLCCACO RUTH MARLENE 07120189

REYNAGA RAMIREZ ALBERTO 08120079

MAXIMIZACIÓN DE LA UTILIDAD DEL CONSUMIDOR

El consumidor maximizará su utilidad sujeto a su restricción presupuestaria

$$Max\ U(x_1, x_2)$$

$$s.a.\ P_1x_1 + P_2x_2 = m$$

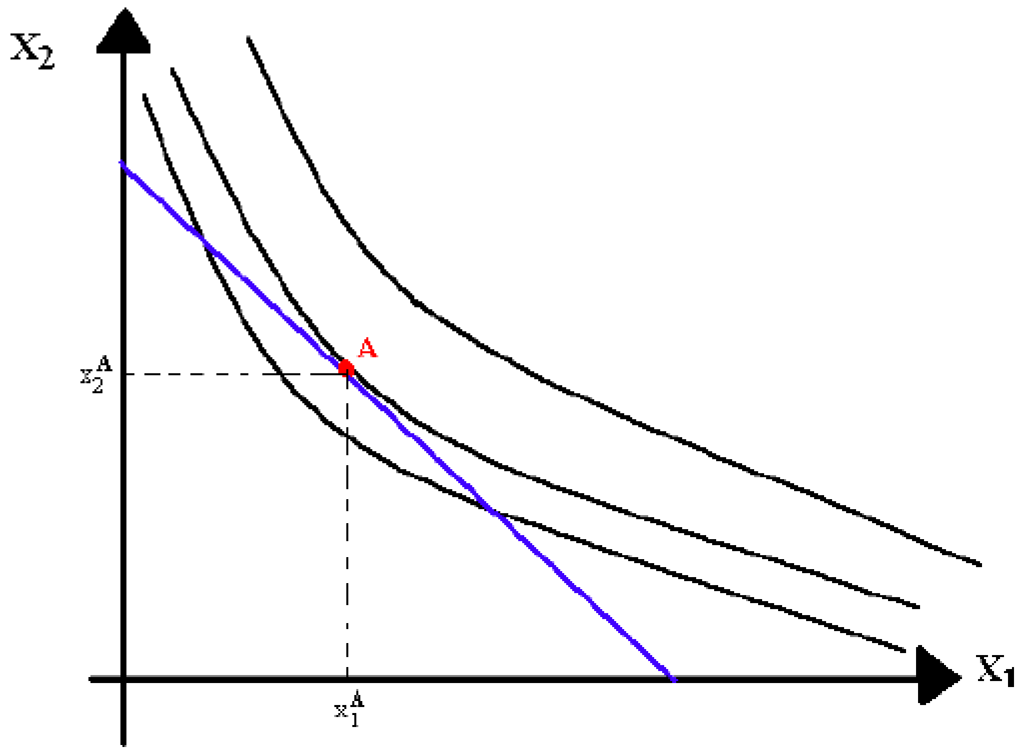
$$Max\ L = U(x_1, x_2) + \lambda(m - P_1x_1 - P_2x_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} - \lambda P_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} - \lambda P_2 = 0$$

$$\frac{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2}} = \frac{P_1}{P_2}$$

De esta forma, el punto de máxima satisfacción se da donde las pendientes de la restricción y de la curva de indiferencia mas alejada posible del origen, sean iguales. O sea que el punto de equilibrio del consumidor se da en el punto de tangenci



De estos resultados se originan las siguientes funciones:

$$x_i^M(P_1, P_2, m); i = 1,2$$

Función Marshalliana de Demanda

$$V(P_1, P_2, m) = U[x_1(P_1, P_2, m); x_2(P_1, P_2, m)]$$

Función de Utilidad Indirecta

IDENTIDAD DE ROY

Muestra la relación entre las funciones Marshallianas de Demanda y la Función de Utilidad Indirecta

$$x_i^M(P_1, P_2, m) = -\frac{\dfrac{\partial V}{\partial P_i}}{\dfrac{\partial V}{\partial m}} \quad i = 1{,}2$$

Esta identidad muestra que se puede deducir las funciones Marshallianas de demanda una vez conocidas la función de utilidad indirecta, derivando y aplicando la identidad de Roy.

MINIMIZACIÓN DEL GASTO

El consumidor minimizará su gasto sujeto a su utilidad prefijada

$$min P_1 x_1 + P_2 x_2$$

$$s.a. U(x_1, x_2) = \bar{U}$$

$$min L = P_1 x_1 + P_2 x_2 + \lambda(\bar{U} - \ U(x_1, x_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = P_1 - \lambda \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = P_2 - \lambda \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2}} = \frac{P_1}{P_2}$$

De estos resultados se originan las siguientes funciones:

$$x_i^H(P_1, P_2, \overline{U})\,;i = 1{,}2$$

Función Hicksiana de Demanda

$$e(P_1, P_2, \overline{U}) = P_1 x_1^H(P_1, P_2, \overline{U}) + P_2 x_2^H(P_1, P_2, \overline{U})$$

Función del Gasto

LEMA DE SHEPARD

Afirma que la derivada de la función gasto respecto de un precio es igual a la demanda compensada del bien cuyo precio varió.

$$\frac{\partial e(P_1, P_2, \overline{U})}{\partial P_i} = x_i^H(P_1, P_2, \overline{U})$$

En esta ecuación encontramos la demanda por ese insumo.

PROBLEMA

Sea la función de utilidad $U(x,y)= \frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{2} \ln y$ de un individuo, con M unidades de ingreso monetario como presupuesto, que debe decidir cuánto consumir del bien **x** y del bien **y**. Si se sabe que el precio del bien X es de Px u.m. y del bien Y es de Py u.m, hallar:

a) Las demandas Ordinarias o Marshallianas para cada bien.

b) La función de Utilidad Indirecta.

c) La función de Gasto Mínimo y las demandas compensadas.

d) Las demandas ordinarias empleando la Identidad de Roy.

e) Las demandas compensadas empleando el Lema de Shepard.

a) Planteando el Lagrangeano respectivo:

$$L = \frac{1}{2} lnx + \frac{1}{2} lny + \mu \,.\, (Px.X + Py.Y - M)$$

Usando las condiciones de primer orden, obtenemos las demandas para cada bien:

$$X^m = \frac{M}{2Px}, Y^m = \frac{M}{2Py}$$

b)Obteniendo la función de Utilidad Indirecta.

$$V(Px, Py, M) = \ln\left(\frac{M}{2Px}\right) + \ln\left(\frac{M}{2Py}\right)$$

c) La función de gasto mínimo es derivada del problema dual, es decir, obteniendo el mínimo gasto requerido para mantener una determinada utilidad.

$$Min\ Z = Px.X + Py.Y - M$$

$$s.a\ \overline{U} = lnx + lny$$

Aplicando las C.P.O, obtenemos las demandas compensadas o hicksianas

$$X^h = \sqrt{\frac{Py}{Px}}.\sqrt{antilog\ U};\ Y^h = \sqrt{\frac{Px}{Py}}.\sqrt{antilog\ U}$$

Que reemplazándose en la función objetivo nos resulta la función gasto mínimo:

$$G = 2\sqrt{antilog\ U}.\sqrt{Px.Py}$$

d) La identidad de Roy permite recuperar las demandas ordinarias a partir de la función de utilidad indirecta.

$$X^m = -\frac{\dfrac{\partial V(Px, Py, M)}{\partial Px}}{\dfrac{\partial V(Px, Py, M)}{\partial M}} = \frac{M}{2Px}\ , Y^m = -\frac{\dfrac{\partial V(Px, Py, M)}{\partial Py}}{\dfrac{\partial V(Px, Py, M)}{\partial M}} = \frac{M}{2Py}$$

e) el lema de Shepard permite recuperar las demandas compensadas a partir de la función de gasto mínimo.

$$X^h = \frac{\partial G(Px, Py, U)}{\partial Px} = \sqrt{\frac{Py}{Px}}.\sqrt{antilog\ U}\ , Y^h = \frac{\partial G(Px, Py, U)}{\partial Py} = \sqrt{\frac{Px}{Py}}.\sqrt{antilog\ U}$$