# UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

(Universidad del Perú, DECANA DE AMERICA)
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

E.A.P. DE ECONOMÍA

# PRIMAL Y DUAL EN LA TEORIA DE LA EMPRESA

**INTEGRANTES:**
**CASTILLO INCA DICK**
**CORONEL ALTAMIRANO VICTOR**
**DIAZ IMAN ROSA**
**ESPINOSA MORALES DARWIN**

**LIMA-PERU**

**2010**

## I) Mapa Mental

**Maximización de beneficios**
Maxπ=PQ-CT
Existen dos maneras equivalentes de desarrollarlo

**PRIMAL**

**MaxQ=Q(L,K)**
**S.a CT*-CT(w,r) =0**

**MaxZ=Q(L,K)-λ(CT-wL-rK)**

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = PmgL - \lambda w = 0$$
$$\frac{\partial Z}{\partial K} = PmgK - \lambda r = 0$$
$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = CT - wL - rK = 0$$

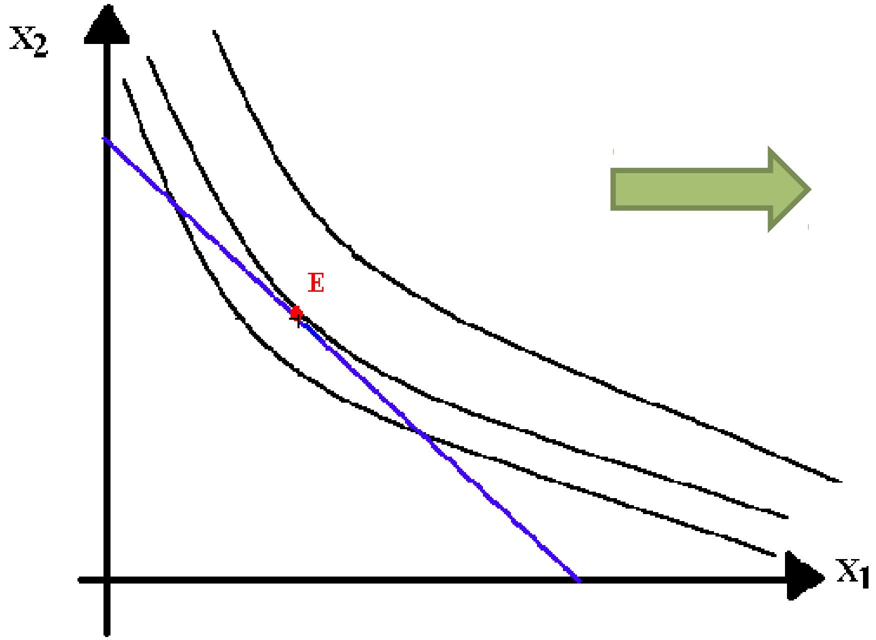
**DUAL**

**MinCT=wL+rK**
**S.a Q*-Q(L,K)=0**

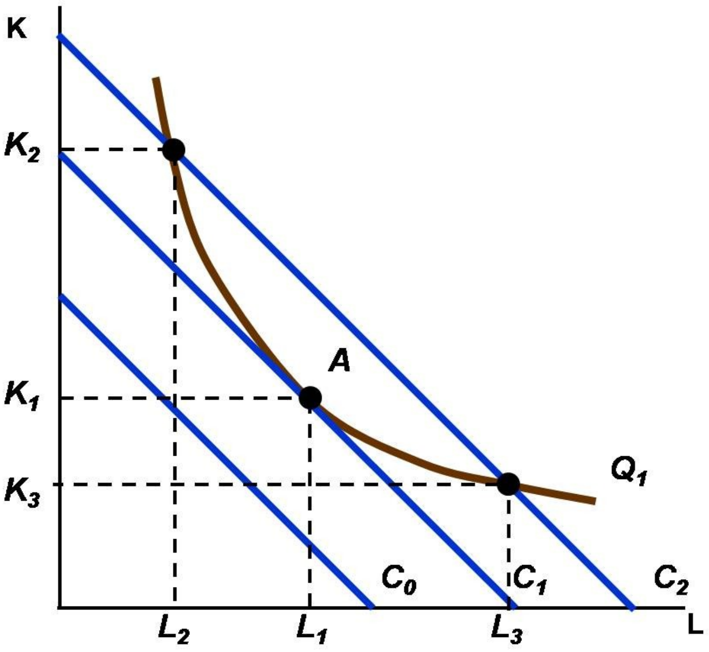
**MinY=wL+rK+α( Q*-Q(L,K))**

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = w - \alpha PmgL = 0$$
$$\frac{\partial Y}{\partial K} = r - \alpha PmgK = 0$$
$$\frac{\partial Z}{\partial \alpha} = Q^* - Q(L,K) = 0$$

$$\frac{PmgL}{PmgK} = \frac{w}{r}$$




PRIMAL




DUAL

# TEORÍA DE LA EMPRESA

**El conjunto de posibilidades de producción:**

**Las empresas poseen tecnología la cual les permite transformar ciertos factores productivos (inputs) en sus productos finales (outputs) los que luego son ofrecidos al público.**

**IMPUT → ≪EMPRESA≫ : TECNOLOGÍA DE PRODUCCIÓN → OUTPUTS**

**Asumimos la presencia de “K” BIENES:**

**TOTAL DE BIENES DE LA EMPRESA = Inputs + outputs + “otros”**

- Definimos el vector "z" como el vector de factores de producción y productos de una empresa y $z = (z_1, z_2, \ldots, z_k)$ donde z es subconjunto de $R^K$.
- Z es un "plan de producción"
- Si $z_n < 0$ es un input
- Si $z_n > 0$ es un output
- Si $z_n = 0$ representa " el otro" es decir no tiene nada que ver en el proceso productivo.

# Propiedades del conjunto de posibilidades de producción:

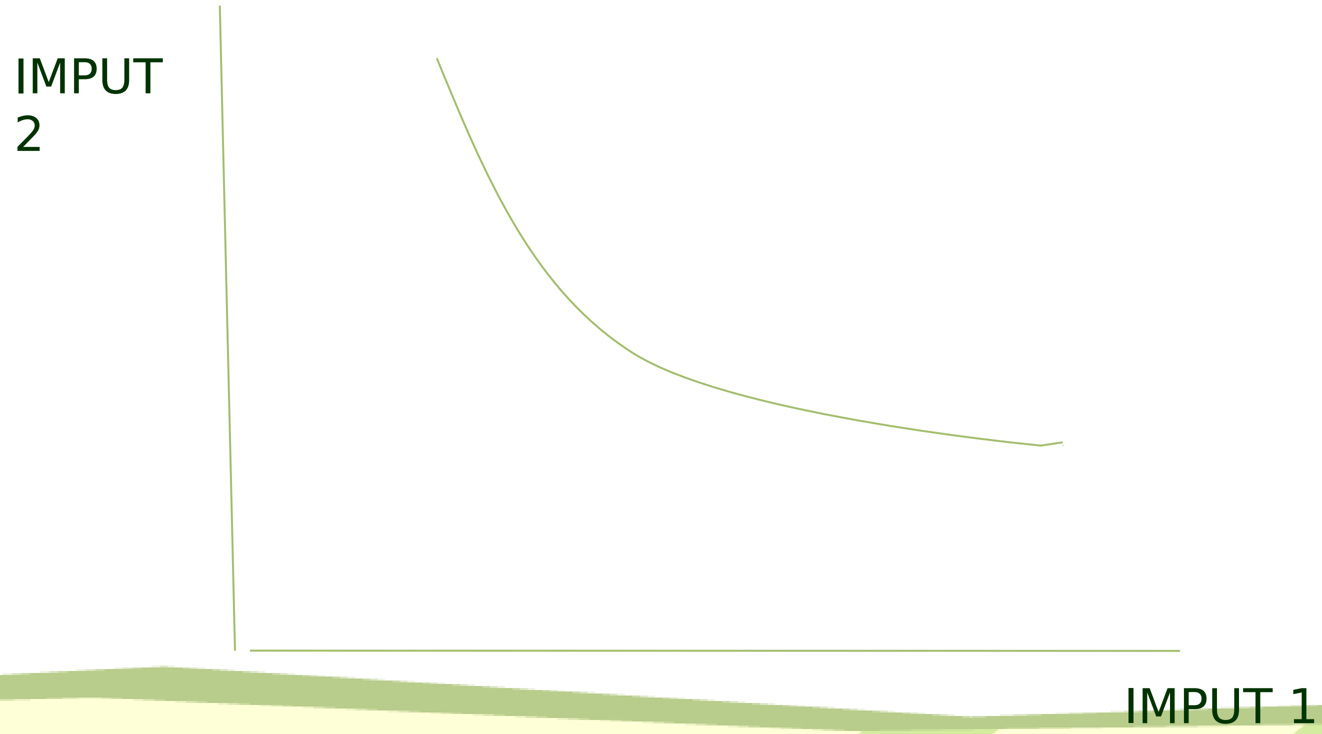
- **Z no es vacío:** El conjunto de posibilidades de producción contiene los puntos de su frontera.
- **Sin input no hay output:** No es posible producir algo de la nada.
- **Eliminación gratuita:** La empresa puede eliminar sin costo alguno las mercancías , ya sean inputs o outputs que tiene en exceso. formalmente:
- Si $z \in Z$ y $z^* \leq z$ entonces $z^* \in Z$.

- **Posibilidad de cerrar**: Este supuesto es más conveniente a largo plazo que a corto plazo debido a que a corto plazo las posibilidades de cerrar son muy pocas las razones son las obligaciones contractuales que puede tener la empresa , este supuesto implica que el vector $0 \in Z$.

# Factores de producción y productos:

- Sea $z = (z_1, \ldots, z_k)$ el vector de factores productivos.
- $z_k \leq 0$ si $K = 1, \ldots, N$ IMPUT
- $z_k \geq 0$ si $K = N+1, \ldots, N+M$ OUTPUT
- $z_k = 0$ si $K = N+M+1, \ldots, K$ OTROS
- Denotamos:
- $x = (x_1, x_2, \ldots, x_N)$ vector de factores productivos
- $y = (y_1, y_2, \ldots, y_M)$ vector de los productos.
- $Z = (-x_1, -x_2, \ldots, x_N, y_1, \ldots, y_M, o, \ldots, o) \in Z$

**Isocuantas:** Son todos los vectores de inputs que permiten producir determinado volumen de output. Es el requerimiento de factores de producción para producir el vector  de productos.



- <u>Propiedad de anidación</u>: si $y \geq y^*$ entonces $V(y) \leq V(y^*)$
- Se necesitan más inputs para producir más outputs.
- <u>Inclusión por arriba:</u> Si $x \in V(y)$ y $x^* \geq x$, entonces $x^* \in V(y)$
- <u>Convexidad</u>

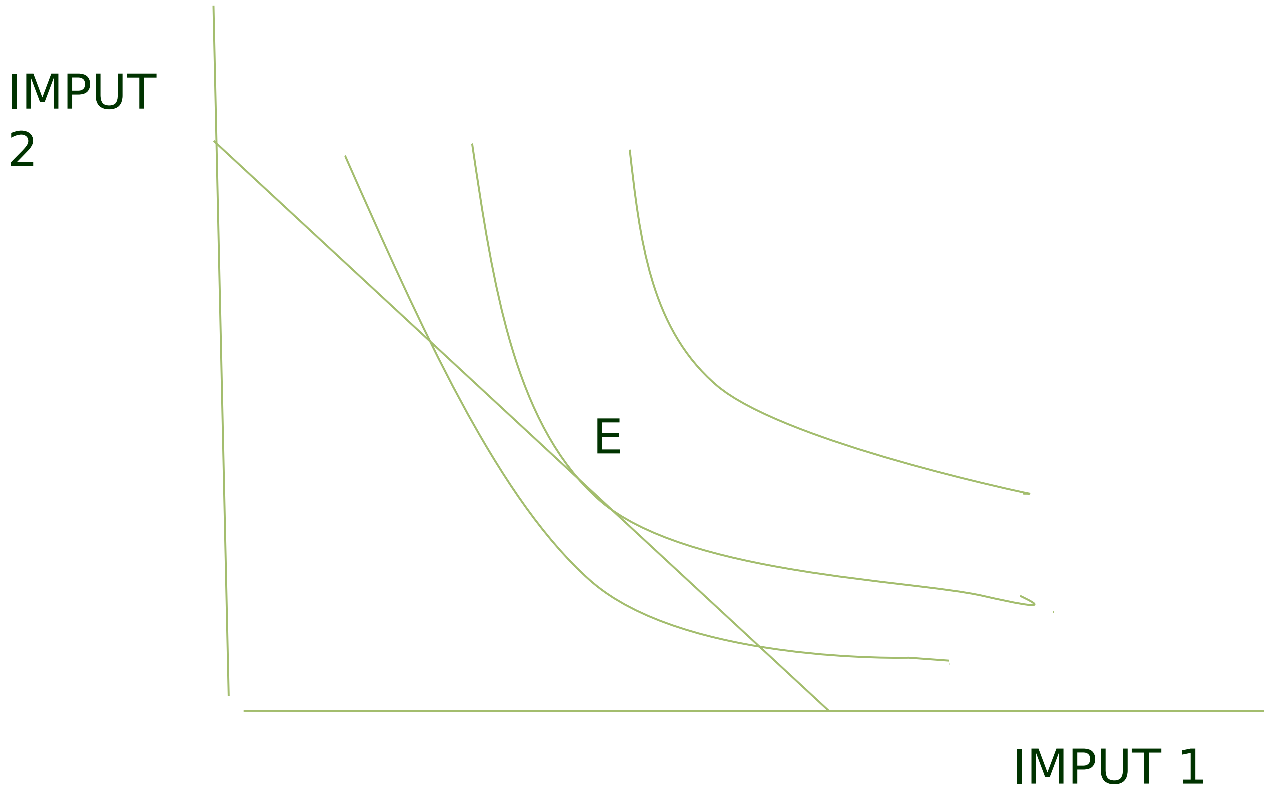
- **Problema primal: maximización del producto sujeto a los costos:**
- **Analizando con dos bienes:**
- **Max $y = f(x_1, fx_2)$**
- **Sa: $c = p_1x_1 + p_2x_2$**
- $_L = f(_{x1}, x_2) + \alpha( c - p_1x_1 - p_2x_2 )$
- $\underline{\partial L}$ $= \quad f_1 - \alpha p_1 = 0 \rightarrow \alpha = f_1 / p_1$ ... (1)
- $\partial X_1$
- $\underline{\partial L}$ $= \quad f_2 - \alpha p_2 = 0 \rightarrow \alpha = f_2 / p_2$ ... (2)
- $\partial X_2$
- $\underline{\partial L}$ $= C - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$
- $\partial \alpha$
- $f_1/p_1 = f_2 / p_2 \quad \rightarrow$ **CONDICIÓN NECESARIA**

- **α: Es la productividad marginal por cada sol gastado en comprar los factores productivos**

- **Se resuelve el problema primal igualando las productividades marginales de los factores productivos.**

# El punto de equilibrio del productor y la tasa marginal de sustitución técnica:

- Para que el productor maximice su producción sujeto a sus costos es muy importante también que la pendiente de la restricción se iguale a la pendiente de la isocuanta más alejada a alcanzar.
- TMST = $f_1/p_1 = f_2 / p_2 = - \partial x_1 / \delta x_2$


IMPUT 2
E
IMPUT 1

# Análisis Dual de la Producción: LA Función de Costos

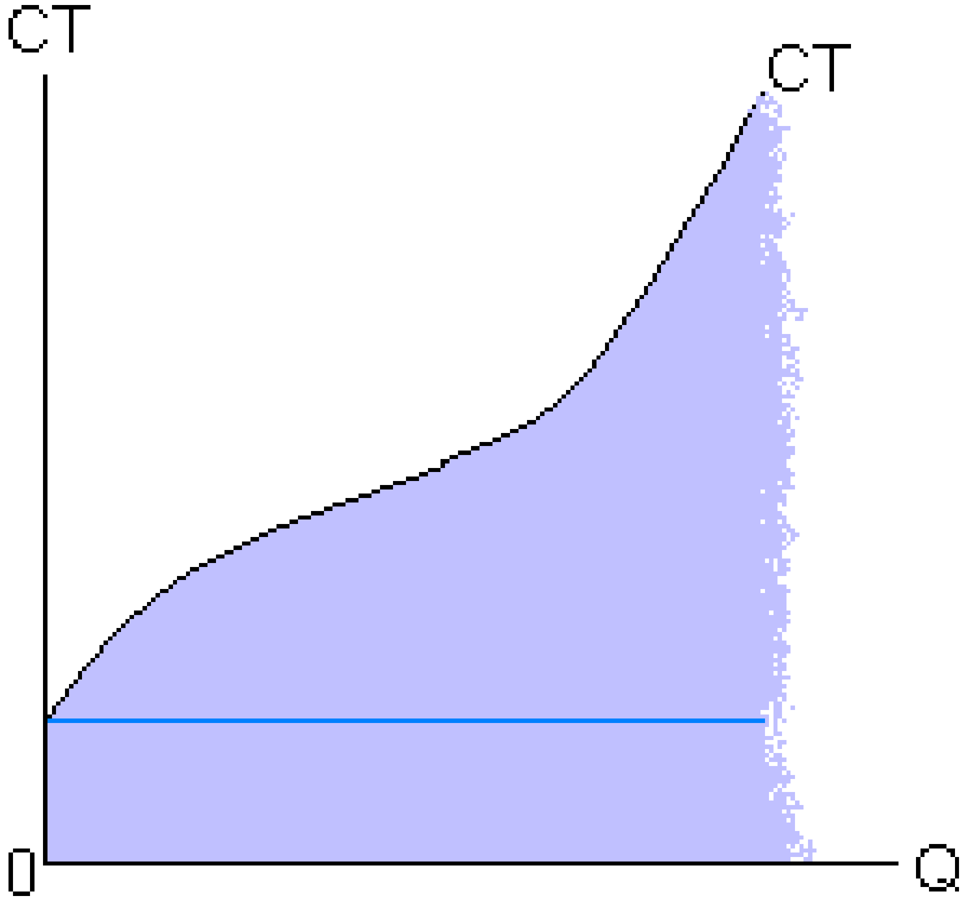
- **A)Función de costo de Corto Plazo**

Esta función nos muestra los costos mininos de una empresa que desea producir q unidades, dado el nivel de capital fijo y los precios de los factores.

Matemáticamente es:

$$CT^{CP}(w,r,\bar{K},Q) = wL + r\bar{K}$$

# A)Función de costo de Corto Plazo

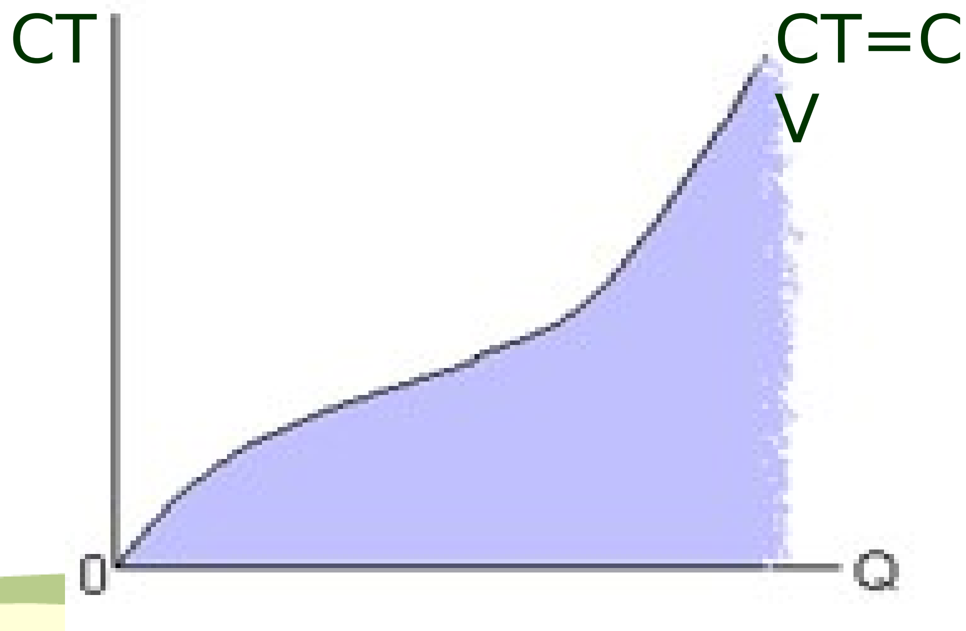


## B) Función de costo de Largo Plazo

Esta función muestra los costos mínimos de una empresa cuando decide producir q unidades, dados los precios de los factores w y r.

Matemáticamente es:

$$C^{LP}(w,r,Q) = wL + rK$$



# C) Propiedades de la función de costos

- CT es homogénea de grado uno en precios de factores

$$t^{1} CT = CT(tw, tr, Q)$$

- CT es no decreciente en precio de factores

$$CT(w',Q) \geq CT(w,Q)$$
$$w' \geq w$$

- Se cumple el Lema de Shepard.

Demanda condicionadas de factor trabajo

Demanda condicionadas de factor capital

$$L_D(w,r,Q) = \frac{\partial CT}{\partial w}$$

$$K_D(w,r,Q) = \frac{\partial CT}{\partial r}$$

- CT es cóncava en precio de factores

Es cóncava en precio del factor trabajo

$$\frac{\partial^2 CT}{\partial w^2} = \frac{\partial L_D(w,r,Q)}{\partial w} \leq 0$$

Es cóncava en precio del factor capital

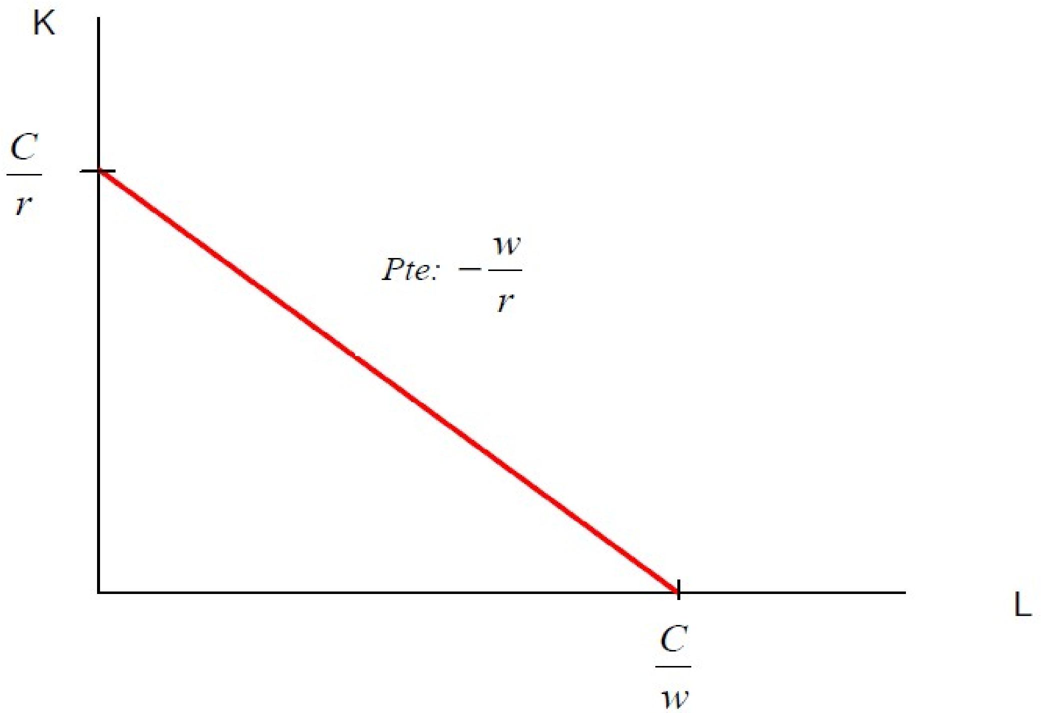
$$\frac{\partial^2 CT}{\partial r^2} = \frac{\partial K_D(w,r,Q)}{\partial r} \leq 0$$

- CT es continua en Q y precios de factores

## D) Isocostos

- Los isocostos puede definirse como el conjunto de insumo L y K cuya utilización y contratación por parte de la empresa, implican para ella un costo constante.
- El precio del trabajo es w y el precio del K es r, los isocostos asociado al CT es: $CT = wL + rK$
- Podemos obtener la ecuación explicita de la recta de isocostos con solo despejar el valor de K en términos de L, como sigue:

$$K = \frac{CT}{r} - \frac{w}{r}L$$




$\frac{C}{r}$ : Es la cantidad máxima que puede utilizar de K si no utiliza nada de L.

$\frac{C}{w}$ : Es la cantidad máxima que puede utilizar de L si no utiliza nada de K

$-\frac{w}{r}$ :Significa cuantas unidades de K debe dejar de contratar si desea  incrementar en una unidad la utilización de L.

## E) Minimización de Costos

$$\text{Min}Z = wL + rK \quad \text{S.a} \quad \bar{Q} = Q(L,K)$$

$$Z = wL + rK + \lambda\left[\bar{Q} - Q(L,K)\right]$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = w - \lambda\frac{\partial Q}{\partial L} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = r - \lambda\frac{\partial Q}{\partial K} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = \bar{Q} - Q(L,K) = 0$$

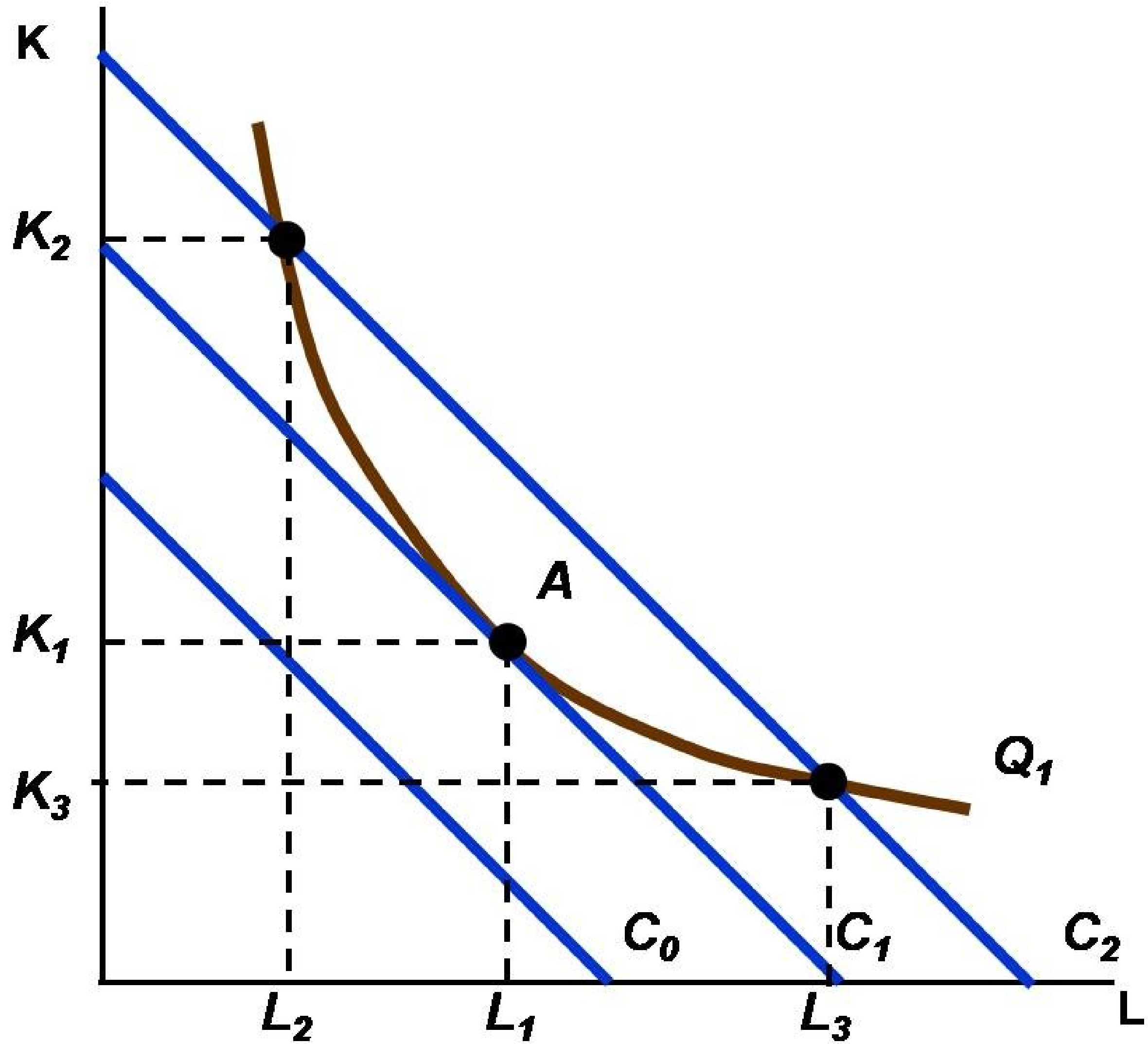
$$\frac{w}{PMgL} = \frac{r}{PMgK} = \lambda \cong CMg$$

De la 1°y 2°restricción obtenemos

$$L_D = L_D(w,r,Q)$$

$$K_D = K_D(w,r,Q)$$

Demandas Condicionadas de Factores


K
K2
K1
K3
A
Q1
C0
C1
C2
L2
L1
L3
L