

Una problema sobre mercado competitivo que incluye teoría de la demanda

Los estudiantes de la UNI, en número de 5000, tienen la siguiente función de utilidad entre fotocopias e impresiones que requieren semanalmente: $U = \sqrt{FI}$. F es el número de fotocopias e I el número de impresiones. Ellos cuentan con un ingreso de 5 nuevos soles para adquirir los servicios de fotocopias y/o impresiones en blanco y negro. De otro lado, se sabe que en la UNI hay un total de 100 microempresas que ofrecen el servicio de fotocopiado y de impresiones en blanco y negro. Se sabe que por colocar una fotocopiadora la Administración Central de la Universidad les cobra un derecho de 50 nuevos soles semanales. Los costos variables de cada microempresa se expresan bien por la siguiente función $CV = \frac{q^2}{200000}$. Con esta información, se pide:

- Encontrar el nivel de producción de fotocopias por cada microempresa
- Encontrar el precio de una fotocopia
- Encontrar el número de fotocopias adquirida por cada Alumno
- Estimar el beneficio de cada microempresa
- Encontrar el precio de equilibrio de largo plazo
- Determinar el número de empresas en equilibrio de largo plazo

Nivel de producción por cada microempresa y precio por fotocopia

Para determinar el nivel de producción de fotocopias necesitamos conocer el precio y la cantidad de equilibrio del mercado competitivo en el corto plazo. Vamos a encontrar, primero, la demanda del mercado.

Para hallar la demanda del mercado primero buscamos la demanda de cada uno de los estudiantes de la UNI. Se trata de hallar la función de demanda ordinaria de un Alumno para fotocopias sabiendo que su función de utilidad es $U = \sqrt{FI}$, el precio de una fotocopia es P_F , el precio de una impresión es P_I , y el presupuesto del Alumno es de 5 nuevos soles. La pendiente de una curva de indiferencia, es decir, su Tasa Subjetiva de Cambio o Tasa Marginal de Sustitución es $TSC = \frac{I}{F}$ (número de fotocopias en el eje horizontal). La pendiente de la recta de presupuesto, o Tasa Objetiva de Cambio es $TOC = \frac{P_F}{P_I}$. Ahora igualamos ambas tasas $TSC = TOC \rightarrow IP_I = FP_F$. La ecuación de la recta de presupuesto es $5 = P_I I + P_F F = 2P_F F$, y de esta relación obtenemos la función de demanda de fotocopias de un Alumno: $F = \frac{2,5}{P_F}$. Se trata de una función de demanda no lineal (es una hipérbola rectangular), pendiente negativa.

Dada la demanda de un Alumno podemos hallar la demanda del mercado sumando horizontalmente las demandas de cada uno de los alumnos de la UNI. El resultado se muestra a continuación: $F = \sum_1^{5000} F_i = \frac{12500}{P_F}$.

Ahora necesitamos estimar la oferta del mercado. Para obtener la oferta del mercado necesitamos estimar la oferta de cada una de las microempresas. En un modelo competitivo la función de oferta de una empresa es su función de costo marginal, en el tramo creciente y por encima del costo variable medio. Dada la función de costo variable de una empresa,

podemos obtener la función de costo marginal: $CV = \frac{q^2}{200000} \rightarrow CMg = \frac{q}{100000}$. El costo variable medio se obtiene mediante $CV = \frac{q^2}{200000} \rightarrow CVMe = \frac{q}{200000}$. En consecuencia, el costo marginal siempre es mayor que el costo variable medio y por tanto la curva de costo marginal es la curva de oferta de la empresa: $P_F = \frac{q}{100000}$. Ahora podemos hallar la curva de oferta del mercado como la suma horizontal de las curvas de oferta de las 100 microempresas. $P_F = \frac{q}{100000} \rightarrow q = 100000P_F \rightarrow Q = \sum_1^{100} q_i = 10000000P_F$.

Para hallar el equilibrio del mercado competitivo, igualamos la demanda del mercado con la oferta: $\frac{12500}{P_F} = 10000000P_F \rightarrow P_F = 0,035 \rightarrow Q_F = 350000$.

Al precio de 0,035 cada microempresa produce de acuerdo con su función de oferta, es decir $P_F = \frac{q}{100000} \rightarrow q = 100000 * 0,035 = 3500$.

Demanda de Fotocopias por Alumno

La demanda de cada Alumno se obtiene mediante $F = \frac{2,5}{P_F} = 70$ (resultados redondeados).

Beneficio obtenido por microempresa

El costo fijo medio de cada empresa es $CFMe = \frac{CF}{q} = \frac{50}{q}$. Sumando el costo fijo medio con el costo variable medio, obtenemos el costo medio $CMe = \frac{50}{q} + \frac{q}{200000}$. Para una producción de 3500 fotocopias el costo medio asciende a 0,015. Con un precio (igual al ingreso medio) de 0,035 el beneficio por unidad es de 0,02. Y el beneficio por una producción de 3500 fotocopias asciende a 70 nuevos soles.

Precio de equilibrio de largo plazo

Asumiendo que los costos de corto plazo son también los costos de largo plazo, el precio de equilibrio de largo plazo es igual al costo medio mínimo. En consecuencia, vamos a estimar el nivel de producción que minimiza el costo medio de una empresa. Partiendo de la función de costo medio, minimizamos la función:

$$CMe = \frac{50}{q} + \frac{q}{200000} \rightarrow \frac{dCMe}{dq} = 0 \rightarrow -\frac{50}{q^2} + \frac{1}{200000} = 0 \rightarrow q = 3162 \rightarrow CMe = P = 0,032$$

Número de empresas en equilibrio de largo plazo

Como el precio de equilibrio de largo plazo es 0,032, la cantidad de equilibrio del mercado se obtiene a partir de la demanda del mercado $F = \frac{12500}{P_F} = \frac{12500}{0,032} = 390625$. Al precio

de equilibrio de largo plazo cada microempresa va a producir $q = 100000P_F = 3200$. En consecuencia, si cada empresa produce 3200 fotocopias y en el mercado se venden 390625 fotocopias, el número de empresas en equilibrio de largo plazo es $n_{LP} = \frac{390625}{3200} = 122$